

VIZSGADOLGOZAT
Analízis 3, matek tanár, 2015. 01. 15.

A. Feladatok

1. Határozza meg: (8 + 8 + 8 pont)

a) $\int_0^1 x \frac{\ln(2-x)}{\ln(2+x)} dx = ?$ b) $\int \sin \sqrt[3]{x} dx = ?$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} = ?$

2. Mutassa meg (integrálással), hogy egy félkör területe csakugyan $\frac{1}{2}r^2\pi$. (6 pont)

3. Vizsgálja a függvényt: ÉT, limesek, monotonitás és szélsőértékek, értékészlet, konvexitás, inflexiók. (10 pont)

$$f(x) := \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$$

B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mondja ki a L'Hospital-féle szabályt (a $\frac{0}{0}$ alakban).
2. Mondja ki a (Lagrange-féle) középérték-tételt.
3. Mondja ki a szélsőérték és a derivált közötti kapcsolatot leíró tételt.
4. Definiálja egy függvény integrálközelítő összegeit.
5. Mit ért az alatt, hogy f konvex az $[a, b]$ intervallumon?

C. További kérdések

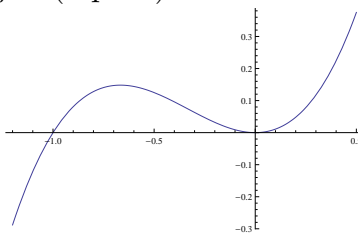
1. Az f függvény folytonos az a helyen. Mit állíthat a $g(x) := f(x) \cdot |x - a|$ függvény differenciálhatóságáról? (5 pont)

2. Legyen

$$f(x) := \begin{cases} x + x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0, \\ 0, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

Hol differenciálható ez a függvény? Vázolja a grafikonját a 0 körül! Integrálható-e a függvény a $[-1, 2]$ intervallumon? (7 pont)

3. Az ábrán az $f(x)$ függvény grafikonját látjuk. Hogyan nézhet ki az $F(x) := \int f(x) dx$ és az $f'(x)$ függvények grafikonja? (8 pont)



Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!