

VIZSGADOLGOZAT

Analízis 3, matek tanár, 2014. 12. 18.

A. Feladatok

1. Határozza meg: (6 + 7 pont)

$$\text{a) } \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos x} \, dx = ? \quad \text{b) } \int \frac{dx}{(1+x)^2(2+x)^2} = ?$$

2. Diszkutálja és ábrázolja az

$$\frac{x^3}{3-x^2}$$

függvényt. (10 pont)

3. Határozza meg az $y^2 = x(1-x)^2$ egyenletű görbe által határolt korlátos síkidom területét. (8 pont)

4. Vázlatosan ábrázolja a 3. feladatban szereplő síkidomot. Mekkora az $(1, 0)$ pontnál levő szöge? A idomnak a vízszintes „szélessége”, vagy a függőleges „magassága” a nagyobb? (9 pont)

B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f függvénynek az a helyen lokális minimuma van?
2. Definiálja az f függvény $[a, b]$ intervallumon vett határozott integrálját.
3. Mondja ki a Lagrange-féle középérték-tételt.
4. Mondja ki a helyettesítéses integrál formulát határozott integrálra.
5. Mit ért az alatt, hogy f konkáv az $[a, b]$ intervallumon?

C. További kérdések

1. A p paraméter mely értékeire igaz, hogy minden $x > -1$ esetén $(1+x)^p \geq 1+px$ fönnáll? (5 pont)
2. Legyen $p(x)$ egy legalább másodfokú polinom. Igazolja, hogy mindig van olyan $\xi \in (0, 1)$, amelyre $p(1) - p(0) < p'(\xi)$ teljesül. (5 pont)
3. Mutasson példát olyan függvényre, amely konvex az (a, b) intervallumon, de nem differenciálható mindenütt. (5 pont)
4. Adja meg a $|\sin x|$ függvény egy primitív függvényét a $(0, 2\pi)$ intervallumon. (5 pont)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!