

**VIZSGADOLGOZAT**  
Analízis 2, matek tanár, 2014. 06. 04.

**A. Feladatok**

1. Adja meg az  $f(x) := \arcsin(x + 3 - |x + 2|)$  függvény értelmezési tartományát és értékészletét. (6 pont)

2. Határozza meg az alábbi határértéket: (7 + 7 + 7 pont)

a)  $\left(\frac{5n-8}{n+7}\right)^{-n} \quad (n \rightarrow \infty)$     b)  $\frac{x - \sin 2x}{3x + \sqrt[3]{x^4}} \quad (x \rightarrow \infty)$     c)  $\frac{x - \sin 2x}{3x + \sqrt[3]{x^4}} \quad (x \rightarrow 0)$

3. Legyen

$$f(x) := \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x-2}{1-x}}.$$

Vizsgálja a jellegzetes határértékeket, a monotonitást, adja meg az ÉT-t és az ÉK-et. Vázlatosan ábrázolja. Adja meg az inverzfüggvényét. (13 pont)

**B. Definíciók, tételek** (5 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény folytonos az  $a$  helyen? (Mindkét definíciót adja meg.)
2. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény Bolzano–Darboux tulajdonságú?
3. Mondja ki a Cauchy-féle kritériumot.
4. Definiálja a sorozat torlódási pontja fogalmát.
5. Mondja ki az egymásba skatulyázott intervallumokról szóló tételt (Cantor-tétel).

**C. További kérdések**

1. Mutasson példát olyan sorozatra, aminek nincs sem legnagyobb, sem legkisebb tagja. (5 pont)
2. Fogalmazza meg (pozitív, állító alakban), mit jelent az, hogy egy függvény *alulról nem korlátos*. (4 pont)
3. Igaz-e, hogy ha  $a_n > 0$ , és  $\sqrt[n]{a_n} \rightarrow \frac{2}{3}$ , akkor az  $a_n$  sorozat konvergens? (4 pont)
4. Egy  $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  függvényről azt tudjuk, hogy

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall R \geq 1 \quad \exists x > R : |f(x) - 2014| < \varepsilon.$$

Melyek *lehetnek* igazak, melyek *biztosan* igazak az alábbi állítások közül: a) az  $f$  korlátos; b) az  $f$  nem korlátos; c) az  $f$  határértéke a  $\infty$ -ben 2014. (7 pont)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!