

## VIZSGADOLGOZAT

Analízis 2, matek tanár, 2014. 05. 27.

### A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi határértéket: (6 + 7 + 8 pont)

a)  $\sqrt{n^2 + 4n - 5} - \sqrt{n^2 + 5n - 4}$  ( $n \rightarrow \infty$ )

b)  $\frac{x + \sin x}{3x + \sqrt[3]{x}}$  ( $x \rightarrow \infty$ )      c)  $\frac{x + \sin x}{3x + \sqrt[3]{x}}$  ( $x \rightarrow 0$ )

2. Legyen

$$f(x) := \frac{1}{1 - 2^{\operatorname{tg} x}}.$$

Vizsgálja a jellegzetes határértékeket, a monotonitást, adja meg az ÉT-t és az ÉK-et. Vázlatosan ábrázolja. (11 pont)

3. Legyen

$$a_{n+1} := \sqrt{3a_n + 10} \quad a_1 := \frac{1}{3}.$$

Vizsgálja a sorozat monotonitását, korlátosságát és határértékét. (8 pont)

### B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény határértéke az  $-\infty$ -ben  $c$ ? (Mindkét definíciót adja meg.)
2. Mondja ki a Cauchy-kritériumot.
3. Mondja ki a folytonos függvény inverzéről szóló tételt.
4. Definiálja az  $e^x$  függvényt.
5. Mondja ki az egymásba skatulyázott intervallumokról szóló tételt (Cantor-tétel).

### C. További kérdések

1. Mutasson példát az alábbi esetekre: mindenütt folytonos és sehol sem folytonos függvények összetétele a) mindenütt folytonos; b) sehol sem folytonos. (5 pont)
2. Fogalmazza meg (pozitív, állító alakban), mit jelent az, hogy egy függvény *nem* monoton. (5 pont)
3. Igaz-e, hogy ha az  $a_n$  sorozat konvergens és  $a_n \neq 0$ , akkor a  $b_n := \frac{a_{n+1}}{a_n}$  sorozat is konvergens? (5 pont)
4. Mutasson példát olyan sorozatra, amelynek végtelen sok torlódási pontja van. (5 pont)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!