

**Többszörös integrálás, 2013. 11. 28. matek BSc**

Ügyeljen a feladat-részben a megfelelő indoklásokra, az elméleti részben a pontos fogalmazásra, feltételekre. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

A feladatlapot mindenképpen adja be a dolgozattal együtt!

**Feladatok (7 + 4 + 7 + 6 pont)**

1. Határozza meg a  $z = 4 - x^2 - \frac{1}{4}y^2$  paraboloid és az  $xy$ -sík által határolt korlátos tartomány térfogatát.

2. Ábrázolja az integrációs tartományt, cserélje föl az integrálás sorrendjét:

$$\int_{-6}^2 \left( \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy \right) dx$$

3. Számolja ki az integrált.

$$\int_0^1 \left( \int_x^1 \sin y^2 dy \right) dx$$

4. Igazolja, hogy az alábbi vonalmenti integrál (alkalmas tartományon) útfüggetlen. Adja meg a potenciálfüggvényt és számolja ki az integrált. A  $G$  görbe az  $(1, 1)$  pontból a  $(3, 1)$  pontba vezet.

$$\int_G \frac{(x + 2y) dx + y dy}{(x + y)^2}$$

**Definíciók, tételek (3 × 4 pont)**

A. Definiálja a többszörös integrál fogalmát.

B. Mondja ki a Darboux-tételt többszörös integrálra.

C. Mondja ki a vonalmenti integrál útfüggetlenségének feltételét (a potenciálfüggvény segítségével).

Jó munkát!

**Többvált. fvtan, 2013. 11. 28. matek BSc**

Ügyeljen a feladat-részben a megfelelő indoklásokra, az elméleti részben a pontos fogalmazásra, feltételekre. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

A feladatlapot mindenképpen adja be a dolgozattal együtt!

**Feladatok (7 + 4 + 7 + 6 pont)**

1. Határozza meg az  $x^2 + y^2 = 2x$  henger, az  $x^2 + y^2 = z^2$  kúp és az  $xy$ -sík által határolt korlátos tartomány térfogatát.

2. Ábrázolja az integrációs tartományt, cserélje föl az integrálás sorrendjét:

$$\int_{-1}^1 \left( \int_{x-\frac{1}{2}}^{|x|} f(x, y) dy \right) dx$$

3. Számolja ki az integrált.

$$\int_0^1 \left( \int_{y^2}^{y^{3/2}} y \cdot e^{x^2} dx \right) dy$$

4. Igazolja, hogy az alábbi vonalmenti integrál (alkalmas tartományon) útfüggetlen. Adja meg a potenciálfüggvényt és számolja ki az integrált. A  $G$  görbe az  $(0, -1)$  pontból az  $(1, 0)$  pontba vezet.

$$\int_G \frac{x dy - y dx}{(x - y)^2}$$

**Definíciók, tételek (3 × 4 pont)**

A. Definiálja (síkbeli) halmaz Jordan-féle mértékét.

B. Mondja ki az oszcillációs kritériumot többszörös integrálra.

C. Mondja ki a vonalmenti integrál útfüggetlenségének feltételét (a potenciálfüggvény segítségével).

Jó munkát!