A többváltozós függvénytan elemei
tételsor, mat. alapszak, 2007/08 őszi félév

1. Cauchy–Bunyakovszkij egyenlőtlenség általában (skaláris szorzatos térben)

2. Az $\mathbb{R}^k$ skaláris szorzatos tér. A Cauchy–Bunyakovszkij egyenlőtlenség $\mathbb{R}^k$-ban

3. Az $\mathbb{R}^k$ normált tér. A Minkowsky egyenlőtlenség

4. Pontsorozatok konvergenciájának általános fogalma (környezetekkel és távolságokkal is)

5. A határérték unicitása. Konvergencia és korlátosság (környezetekkel és távolságokkal is)

6. Műveletek nyílt, illetve zárt halmazokkal

7. Kocka és gömbi távolság, kocka és gömbkörnyezetek, ekvivalenciájuk $\mathbb{R}^k$-ban

8. Koordinátánkénti konvergencia tétele $\mathbb{R}^k$-ban

9. Bolzano–Weierstrass tétel $\mathbb{R}^k$-ban (elég $\mathbb{R}^2$-re bizonyítani)

10. Cantor-tétel $\mathbb{R}^k$-ban (egymásba skatulyázott korlátos zárt halmazok)

11. Halmazok zártságának kritériuma a torlódási pontok segítségével

12. Többváltozós függvények folytonossága, a két definíció ekvivalenciája

13. Korlátos zárt halmazon folytonos függvények tulajdonságai (az egyik bizonyítása)

14. A parciális differenciálhatóság és formális tulajdonságai

15. Körlánccal elérhetőség összefüggő nyílt tartományban

16. $f(X) - f(A)$ előállítása a parciális deriváltakkal

17. Az irány szerinti differenciálhatóság. Kiszámítása totálisan differenciálható függvény esetén

18. A totális differenciálhatóság. Kapcsolata a folytonossággal, a parciális és az irány szerinti differenciálhatósággal

19. Totális differenciálhatóság szükséges és elegendő feltétele (a skaláris hibataggal)

20. Totális differenciálhatóság elegendő feltétele (a parciális deriváltak folytonosak)

21. Többváltozós középérték-tétel

22. Young tétele a vegyes másodrendű parciális deriváltakról

23. Kvadratikus alakok. Főtengely-transzformáció, definit jelleg, együttható-feltételek

24. Kétváltozós függvény szélsőértéke. A szélsőérték létezésének szükséges feltétele

25. Kétváltozós függvény szélsőértéke. $f(x, y) - f(a, b)$ fölírása kvadratikus alakkal

26. Kétváltozós függvény szélsőértéke. Elegendő feltételek, a definit és indefinit esetek

27. Vonalintegrál definíciója és alaptulajdonságai

28. Vonalintegrál kiszámítása egyváltozós integrállal

29. A vonalintegrál akkor és csak akkor útfüggetlen, ha van potenciálfüggvény

30. A vonalintegrál akkor és csak akkor útfüggetlen, ha $P'_y = Q'_x$

31. Egzakt differenciálegyenletek

32. Egzakttá tehető differenciálegyenletek. A $\mu = \mu(x)$, $\mu = \mu(y)$ és a homogén egyenlet példái

33. Jordan-mérhetőség és a halmaz határának 0-mértéke

34. A Jordan mérték additív, de nem σ-additív

35. Jordan tétele

36. Zárt intervallumon folytonos függvény grafikonja, rektifikálható ív 0-mértékűek a síkon

37. Kettős integrál definíciója, alsó és felső összegek viselkedése, összehasonlításuk

38. Oszcillációs kritérium kettős integrálra

39. Szukcesszív integrál normáltartományon

40. Kettős integrál szukcesszív kiszámítása. A sorrend felcserélhetősége

41. Kettős integrál polártranszformációja. Az $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx$ integrál kiszámítása

42. Kettős integrál „geometriai jelentése”, térfogatszámítás. A Viviani-féle test térfogata

43. A Green-formula

A fentieken kívül, definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még a következőket:

Környezettulajdonságok, távolságfüggvény, norma, skaláris szorzat. Topologikus, metrikus, normált és euklidészi terek fogalma és kapcsolataik. Külső, belső, határpontok, nyílt, zárt halmazok. Cauchy-kritérium $\mathbb{R}^k$-ban.

Folytonos függvények: fokozatos változás, műveletek, összetett függvény. Határérték és imételt határérték kapcsolata. A határérték müveleti és egyenlőtlenségi tételei. Schwartz tétele. Összetett függvény parciális és totális differenciálhatósága. A totális és a parciális differenciálhatóság műveleti szabályai. Magasabbrendű parciális deriváltak, Taylor formula. Implicit és inverz függvények. Kvadratikus alakok grafikus képe. Egyszeresen összefüggő tartomány, csillagszerű tartomány fogalma.

Halmaz belseje és lezártja. Jordan-féle mérték felépítése. Halmaz átmérője. Darboux tétel. Kettős integrál transzformációja, Jacobi-determináns. Felület felszínének definíciója.

Szeged, 2007. december 05.

Németh Zoltán