

Komplex függvénytan tételsor

(mat. tanár szak, 2001–2002.)

- 1) Jordan-mérhetőség és a halmaz határának 0-mértéke
- 2) A Jordan mérték additív, de nem σ -additív
- 3) Jordan tétele
- 4) Zárt intervallumon folytonos függvény grafikonja, rektifikálható ív 0-mértékűek a síkon
- 5) Kettős integrál definíciója, alsó és felső összegek viselkedése, összehasonlításuk
- 6) Oszcillációs kritérium kettős integrálra
- 7) Szukcesszív integrál normáltartományon
- 8) Kettős integrál szukcesszív kiszámítása. A sorrend felcserélhetősége
- 9) Kettős integrál polártranszformációja. Az $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ integrál kiszámítása
- 10) Green-féle formula
- 11) A $\sum q^n$, $\sum \frac{1}{n}$, $\sum \frac{1}{n^2}$ sorok konvergenciájának vizsgálata vizsgálata (definíció szerint)
- 12) A Cauchy-kritérium sorokra. Az $a_n \rightarrow 0$ szükséges feltétel
- 13) Műveletek konvergens sorokkal. Linearitás, csoportosíthatóság
- 14) Konvergencia és abszolút konvergencia
- 15) Abszolút konvergens sor átrendezése
- 16) Példák felt. konvergens sor különböző átrendezéseire
- 17) Feltételesen konvergens sor pozitív és negatív része is divergens
- 18) A Cauchy-féle szorzatsor konvergenciája. Mertens tétele
- 19) A gyökkritérium (mindhárom alakja)
- 20) A hányadoskritérium (mindhárom alakja)
- 21) A majoránskritérium
- 22) Cauchy ekvikonvergencia-tétele
- 23) Az integrálkritérium
- 24) Leibniz-féle kritérium. Az $|s_n - s|$ becslése
- 25) Dirichlet-féle kritérium
- 26) Függvénysorozatok folytonossága és az egyenletes konvergencia
- 27) Függvénysorozatok integrálhatósága és az egyenletes konvergencia
- 28) Riemann tétele a konvergens numerikus sorral majorált függvénysorokról
- 29) Hatványsor konvergenciaviszonyai. A konvergenciasugár, viselkedés a végpontokban
- 30) A Cauchy–Hadamard tétel
- 31) Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia-intervallum belsejében. Az összegfüggvény folytonos és differenciálható.
- 32) A Taylor-sor fogalma. Mikor állítja elő a függvényt?
- 33) Az e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$, $\log(1+x)$ függvények Taylor sorai
- 34) Komplex függvény lokális differenciálhatóságának szükséges és elégséges feltétele a Cauchy–Riemann-féle egyenletekkel
- 35) Ha f holomorf és $f' = 0$; vagy ha f holomorf és $|f|$ állandó, akkor f is állandó
- 36) Komplex hatványsor, konvergenciasugár, abszolút és egyenletes konvergencia
- 37) Komplex hatványsor tagonként differenciálható
- 38) Az e^z és a $\log z$ komplex függvények definíciója, tulajdonságai

- 39) A $\sin z$ és a $\cos z$ komplex függvények definíciója, tulajdonságaik. Euler-féle formulák
- 40) A komplex vonalintegrál definíciója és tulajdonságai: linearitás, becslések. Primitív függvény
- 41) Goursat lemmája
- 42) A Cauchy-féle integráltétel csillagszerű tartományokra
- 43) A Cauchy-féle integráltétel Riemann-féle kiterjesztése
- 44) Holomorf függvény Taylor-sorba fejtése
- 45) Holomorf függvény akárhányszor differenciálható. Cauchy-féle integrálformulák és egyenlőtlenségek
- 46) Liouville tétele
- 47) Az algebra alaptétele
- 48) Morera tétele
- 49) Holomorf függvény zérushelyei izoláltak
- 50) Gyűrűszerű tartományon holomorf függvény Laurent-sorba fejtése
- 51) A pólusszingularitás és jellemzése
- 52) A lényeges szingularitás. A Casorati–Weierstrass tétel
- 53) A residuum kiszámítása egyszerűbb esetekben
- 54) A residuum-tétel
- 55) Az $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ integrál

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

Halmaz belseje és lezártja. Jordan-féle mérték felépítése. Halmaz átmérője. Darboux tétel. Kettős integrál transzformációja, Jacobi-determináns. Felület felszínének definíciója, Schwartz példája.

Numerikus sorok konvergenciája és divergenciája. Feltételesen konvergens sor átrendezései. Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti, és egyenletes konvergenciája. Cauchy-kritérium egyenletesen konvergens függvénysorokra. Függvénysorok differenciálhatósága és az egyenletes konvergencia. Példák konvergens függvénysorozatokra, ahol a folytonosság, integrálhatóság, vagy az integrál értéke nem őrződik meg. Abel tétele.

Komplex számok, C nem rendezhető, kanonikus és trigonometrikus alak. A teljességi axióma különböző alakjai. Tartományok, összefüggőség, nyíltság, körlánc tétel. Konvex és csillagszerű tartományok. Komplex függvények folytonossága és differenciálhatósága. Összetett és inverzfüggvények differenciálása. Harmonikus függvények, harmonikus társ. Holomorf és meromorf függvények. Izolált szinguláris helyek osztályozása. Az $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$, $\int_0^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx$ integrálok.