Fourier sorok tematika
(erről volt szó előadáson)

- Fourier sor, trigonometrikus sor, trigonometrikus polinom. Valós és komplex jelölés, a Fourier együtthatók elemi tulajdonságai
- A Fejér-féle összegzés
- Konvolúció és tulajdonságai
- $\Delta(t) := \begin{cases} 1-|t|, & \text{ha } |t|<1, \\ 0 & \text{különben,} \end{cases}$ $g(t) := \begin{cases} 1, & \text{ha } -1<t<0, \\ -1, & \text{ha } 0<t<1, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$ Fourier-sorai
- Banach tér, homogén Banach tér; L^1 és C homogén Banach terek
- Szummációs magfüggvény fogalma. A Fejér-féle magfüggvény
- A Fourier sor normában szummálhatósága L-ben és C-ben
- Trigonometrikus polinomok sűrűek L^1-ben, egyértelműségi tétel, Riemann–Lebesgue lemma
- A Dirichlet-mag nem szummációs mag, $L_n \sim \log n$
- Példák homogén Banach-terekre: C, C^n, L^p, nem homogén Banach terekre: L^∞, $\mathrm{Lip}\,\alpha$
- Pontonkénti szummálhatóság, Fejér és Lebesgue tételei
- A Lipschitz feltétel. A σ-közepek közelítésének rendje, ha $f \in \mathrm{Lip}\,\alpha$
- Fourier-együtthatók: ha a_n páros, $a_n \to 0$ és $a_{n-1}+a_{n+1}-2a_n \geq 0$, akkor van olyan f: $\widehat{f}_n = a_n$. Ha $\widehat{f}(n)$ páratlan pozitív, akkor $\sum \frac{1}{n}\widehat{f}(n) < \infty$.
- Fourier-együtthatók nagyságrendje $f \in \mathrm{Lip}\,\alpha$ esetén. Lipschitz feltétel és folytonossági modulus
- A részletösszeg különböző előállításai, Dini-kritérium, lokalizációs tétel. Elegendő feltételek Fourier-sor konvergenciájához
- A pontbeli konvergencia és a részletösszeg operátornormája. Fejér példája: van olyan $f \in C$, amelynek a Fourier-sora divergens
- Divergenciahalmazok jellemzése. A nullamértékű halmazok C divergenciahalmazai.
- Abszolút konvergens Fourier-sorok. Elegendő feltételek $f \in A$-ra. $\Delta(t) \in A$. A Denjoy–Lusin tétel
- Konjugált sor, harmonikus konjugált függvény. Abel-féle összegzés, Poisson-féle magfüggvény
- Példák a Fourier-sor és a konjugált sor eltérő konvergenciaviselkedésére: $\sum \frac{\cos nx}{\log n}$, $\sum \frac{\sin nx}{n}$, $\sum \frac{\sin nx}{n \log n}$

Függvény és konjugált függvény: $f \in L^p \Rightarrow \widetilde{f} \in L^p$, $f \in L \Rightarrow \widetilde{f} \in L^\mu$ $(0<\mu<1)$, $f \in L\log L \Rightarrow \widetilde{f} \in L$ A konjugált sor szerepe a normában konvergencia jellemzésében

Vizsgán ismerni kell a fogalmakat, tételeket, kapcsolataikat, továbbá az előadáson elhangzott, egyszerűbb (!) bizonyításokat, példákat.

Németh Zoltán, 2003. 12. 07.