

Fourier-sorok tematika
(erről volt szó előadáson)

- Fourier sor, trigonometrikus sor, trigonometrikus polinom. Valós és komplex jelölés, a Fourier együtthatók elemi tulajdonságai
- A Fejér-féle összegzés
- Konvolúció és tulajdonságai
- $\Delta(t) := \begin{cases} 1 - |t|, & \text{ha } |t| < 1, \\ 0 & \text{különben,} \end{cases}$ $g(t) := \begin{cases} 1, & \text{ha } -1 < t < 0, \\ -1, & \text{ha } 0 < t < 1, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$ és más példák Fourier-sorai
- Banach tér, homogén Banach tér; L^1 és C homogén Banach terek
- Szummációs magfüggvény fogalma. A Fejér-féle magfüggvény
- A Fourier sor normában szummálhatósága L -ben és C -ben
- Trigonometrikus polinomok sűrűek L^1 -ben, egyértelműségi tétel, Riemann–Lebesgue lemma
- A Dirichlet-mag nem szummációs mag, $L_n \sim \log n$
- Példák homogén Banach-terekre: C , C^n , L^p , nem homogén Banach terekre: L^∞ , $\text{Lip } \alpha$
- Pontonkénti szummálhatóság, Fejér és Lebesgue tételei
- $\sum \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ és hasonló eredmények
- A Lipschitz feltétel. A σ -közeppek közelítésének rendje, ha $f \in \text{Lip } \alpha$
- Fourier-együtthatók: ha a_n páros, $a_n \rightarrow 0$ és $a_{n-1} + a_{n+1} - 2a_n \geq 0$, akkor van olyan f : $\hat{f}_n = a_n$. Ha $\hat{f}(n)$ páratlan pozitív, akkor $\sum \frac{1}{n} \hat{f}(n) < \infty$.
- Fourier-együtthatók nagyságrendje $f \in \text{Lip } \alpha$ esetén. Lipschitz feltétel és folytonossági modulus
- Létezik trigonometrikus sor, ami nem Fourier-sor
- A részletösszeg különböző előállításai, Dini-kritérium, lokalizációs tétel. Elegendő feltételek Fourier-sor konvergenciájához
- A pontbeli konvergencia és a részletösszeg operátornormája. Fejér példája: van olyan $f \in C$, amelynek a Fourier-sora divergens
- Divergenciahalmazok jellemzése.
- Általános Fourier-sor L^2 -ben. Bessel-azonosság és -egyenlőtlenség, Parseval-formula
- Abszolút konvergencia Fourier-sorok. Elegendő feltételek $f \in A$ -ra. $\Delta(t) \in A$. A Denjoy–Lusin tétel
- Az Abel-féle összegzés. Konjugált sor, harmonikus konjugált függvény, Poisson-féle magfüggvény
- Példák a Fourier-sor és a konjugált sor eltérő konvergenciaviselkedésére: $\sum \frac{\cos nx}{\log n}$, $\sum \frac{\sin nx}{n}$, $\sum \frac{\sin nx}{n \log n}$
- Függvény és konjugált függvény: $f \in L^p \Rightarrow \tilde{f} \in L^p$, $f \in L \Rightarrow \tilde{f} \in L^\mu$ ($0 < \mu < 1$), $f \in L \log L \Rightarrow \tilde{f} \in L$.

Vizsgán ismerni kell a fogalmakat, tételeket, kapcsolataikat, továbbá az előadáson elhangzott, egyszerűbb (!) bizonyításokat, példákat.