

Egyváltozós függvények integrálása

Tételjegyzék

I./mat. tanár szak, 2001.

1. Középérték-tételek. A Rolle- és a Lagrange-féle alak
2. Középérték-tételek. A Cauchy-féle alak
3. Az „integrálszámítás alaptétele”
4. f monotonitásának jellemzése f' segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek)
5. f szigorú monotonitásának jellemzése f' segítségével
6. f szélsőértéke elegendő feltétele f' segítségével
7. f szélsőértéke elegendő feltétele f'' segítségével
8. Lokális növekedés, csökkenés jellemzése f' segítségével
9. A deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
10. A L'Hospital-szabályok. Az $f(x) \rightarrow 0$, $g(x) \rightarrow 0$ eset
11. L'Hospital-szabályok. A $g(x) \rightarrow \infty$ eset
12. L'Hospital-szabályok. Az $x \rightarrow \infty$ eset
13. Konvexitás szükséges és elegendő feltétele a különbségihányados-függvények segítségével
14. Konvexitás szükséges feltétele f'' segítségével
15. Konvexitás elegendő feltétele f'' segítségével
16. Jensen-féle egyenlőtlenség
17. A Taylor-formula és hibatagja
18. $\sin x$ és $\cos x$ Taylor-formulái a 0 körül
19. e^x Taylor-formulája a 0 körül
20. $\log(1+x)$ Taylor-formulája a 0 körül
21. Egy függvény primitív függvényei csak konstansban különböznek
22. Helyettesítéses integrálás formulája primitív függvényre
23. Parciális integrálás formulája primitív függvényre
24. $\frac{1}{(1+x^2)^n}$ primitív függvénye
25. Racionális törtfüggvények primitiválásának ált. módszere
26. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(\sin x, \cos x)$ primitív függvénye
27. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \dots)$ primitív függvénye
28. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$ primitív függvénye
29. $\sin^n x$ és $\cos^n x$ primitív függvénye
30. Az alsó és felső összegek viselkedése a beosztás finomításakor
31. Az alsó és felső összegek összehasonlítása
32. Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk. A Riemann-féle integrál
33. $\int_0^1 x^2 dx$ kiszámítása definíció szerint
34. $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$ kiszámítása definíció szerint
35. Az oszcillációs kritérium

36. Az

$$f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{ha } x = p/g, \text{ ahol } p, g \in \mathbb{Z}, (p, g) = 1, q > 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

függvény integrálhatósága

37. A monoton függvények integrálhatók

38. A folytonos függvények integrálhatók

39. A Riemann-féle (szüks. és elégs.) integrálhatósági kritérium („Riemann-féle definíció”)

40. A Newton–Leibniz formula

41. Az $[a, b]$ -n integrálható függvény $[c, d] \subseteq [a, b]$ -n is integrálható. Az integrál intervallum szerinti additivitása

42. Az integrál linearitása (konstansszoros és összeg integrálhatósága és integrálja)

43. Integrálható függvények szorzatának integrálhatósága

44. Integrálható függvények hányadosának integrálhatósága

45. Integrálható függvény abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése

46. Az integrálfüggvény folytonossága

47. Az integrálfüggvény differenciálhatósága

48. Integrálhatóság és primitiválhatóság összehasonlítása

49. Az improprius integrál definíciójának alapesetei

50. Az integrálszámítás középérték-tétele

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

Lokális növekedés/csökkenés; Leibniz-formula a magasabbrendű deriváltakra; a konvexitás definíciói; konvexitás jellemzése f' segítségével; hatványközepek és a közöttük lévő egyenlőtlenségek; Newton–Raphson féle gyökkereső módszer és a konvergencia gyorsasága; integrálközelítő összegek; Riemann-összegek; integrálható és folytonos függvény összetételének integrálhatósága; Cauchy–Bunyakovszkij–Schwartz-féle egyenlőtlenség; improprius integrál; van olyan f , amely impropriusan integrálható, de $|f|$ nem; függvényinterpoláció; az interpolációs polinom és hibatagja egy-két egyszerű esetben; közelítő integrálás; a Simpson-formula és hibája.

2001. 05. 07.

Németh Zoltán