

# Egyváltozós függvények integrálása

## Tételjegyzék

I./mat. tanár szak, 2003.

1. Közéérték-tételek. A Rolle- és a Lagrange-féle alak
2. Közéérték-tételek. A Cauchy-féle alak
3. Az „integrálszámítás alaptétele”
4.  $f$  monotonitásának jellemzése  $f'$  segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek)
5.  $f$  szigorú monotonitásának jellemzése  $f'$  segítségével
6.  $f$  szélsőértéke elegendő feltétele  $f'$  segítségével
7.  $f$  szélsőértéke elegendő feltétele  $f''$  segítségével
8. A deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
9. A L'Hospital-szabályok. Az  $f(x) \rightarrow 0, g(x) \rightarrow 0$  eset
10. L'Hospital-szabályok. A  $g(x) \rightarrow \infty$  eset
11. L'Hospital-szabályok. Az  $x \rightarrow \infty$  eset
12. Konvexitás szükséges és elegendő feltétele a különbségihányados-függvények segítségével
13. Konvexitás szükséges feltétele  $f''$  segítségével
14. Konvexitás elegendő feltétele  $f''$  segítségével
15. A Newton–Raphson féle gyökkereső módszer
16. Jensen-féle egyenlőtlenség
17. A Taylor-formula és hibatagja
18.  $\sin x$  és  $\cos x$  Taylor-formulái a 0 körül
19.  $e^x$  Taylor-formulája a 0 körül
20.  $\log(1+x)$  Taylor-formulája a 0 körül
21. Egy függvény primitív függvényei csak konstansban különböznek
22. Helyettesítéses integrálás formulája primitív függvényre
23. Parciális integrálás formulája primitív függvényre
24.  $\frac{1}{(1+x^2)^n}$  primitív függvénye
25. Racionális törtfüggvények primitiválásának ált. módszere
26. Racionalizáló helyettesítések. Az  $R(\sin x, \cos x)$  primitív függvénye
27. Racionalizáló helyettesítések. Az  $R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \dots)$  primitív függvénye
28. Racionalizáló helyettesítések. Az  $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$  primitív függvénye
29.  $\sin^n x$  és  $\cos^n x$  primitív függvénye
30. Az alsó és felső összegek viselkedése a beosztás finomításakor
31. Az alsó és felső összegek összehasonlítása
32. Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk. A Riemann-féle integrál
33.  $\int_0^1 x^2 dx$  kiszámítása definíció szerint
34.  $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$  kiszámítása definíció szerint
35. Az oszcillációs kritérium

36. Az

$$f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{ha } x = p/g, \text{ ahol } p, g \in \mathbb{Z}, (p, g) = 1, q > 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

függvény integrálhatósága

37. A monoton függvények integrálhatók

38. A folytonos függvények integrálhatók

39. A Riemann-féle (szüks. és elégs.) integrálhatósági kritérium („Riemann-féle definíció”)

40. A Newton–Leibniz formula

41. A parciális és a helyettesítéses integrálás formulái Riemann integrálra

42. Az  $[a, b]$ -n integrálható függvény  $[c, d] \subseteq [a, b]$ -n is integrálható. Az integrál intervallum szerinti additivitása

43. Az integrál linearitása (konstansszoros és összeg integrálhatósága és integrálja)

44. Integrálható függvények szorzatának integrálhatósága

45. Integrálható függvények hányadosának integrálhatósága

46. Integrálható függvény abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése

47. A Cauchy–Bunyakovszkij–Schwartz-féle egyenlőtlenség

48. Az integrálfüggvény folytonossága

49. Az integrálfüggvény differenciálhatósága

50. Integrálhatóság és primitiválhatóság összehasonlítása

51. Az improprius integrál definíciójának alapesetei

52. Az improprius integrálra vonatkozó majoráns kritérium

53. Az  $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$  integrál

54. Az  $\frac{1^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}}$  sorozat határértéke

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

Lokális növekedés/csökkenés, jellemzése  $f'$  segítségével; Leibniz-formula a magasabbrendű deriváltakra; a konvexitás definíciói; konvexitás jellemzése  $f'$  segítségével; hatványközepek és a közöttük lévő egyenlőtlenségek; a Newton–Raphson féle gyökkereső módszer konvergenciájának gyorsasága; a primitiválhatóság (szüks./elégs.) feltételei; integrálközelítő összegek; Riemann-összegek; integrálható és folytonos függvény összetételének integrálhatósága; improprius integrál, abszolút konvergencia; Cauchy-kritérium improprius integrálra; az  $\sqrt[n]{n!}/n$  sorozat határértéke.

2003. 05. 07.

Németh Zoltán