

Tételjegyzék
Egyváltozós függvények folytonossága
2004/2005. I. félév, I. évf. matematika tanár

- 1) Számítási és mértani közepek tétele
- 2) Bernoulli egyenlőtlenség
- 3) Konvergencia sorozatok fogalma, a két definíció ekvivalenciája
- 4) Konvergencia sorozat korlátossága
- 5) A határérték unicitása
- 6) Monoton, korlátos sorozat konvergencia
- 7) Konvergencia sorozatok szorzatára vonatkozó tétel
- 8) Konvergencia sorozatok hányadosára vonatkozó tétel
- 9) Konvergencia sorozatok egyenlőtlenségi tételei (ha $a_n \geq b_n$, ill. ha $a > b$)
- 10) Rendőr elv
- 11) Az $(\frac{1}{n^\alpha})$ ($\alpha \geq 1$) és a (q^n) sorozatok konvergenciája
- 12) Az $(\frac{n}{2^n})$ sorozat konvergenciája
- 13) Az $(\sqrt[n]{n})$ sorozat konvergenciája
- 14) Az $(\sqrt[n]{a})$ sorozat konvergenciája
- 15) Az $(\frac{a^n}{n!})$ sorozat konvergenciája
- 16) Az $(1 + \frac{1}{n})^n$ és az $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ sorozatok konvergenciája
- 17) Az $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$ sorozat konvergenciája
- 18) A ∞ -divergens sorozatok. Műveletek ∞ -divergens sorozatokkal (+, -)
- 19) Bolzano–Weierstrass tétel
- 20) Cauchy-féle kritérium (szükségesség)
- 21) Cauchy-féle kritérium (elegendőség)
- 22) Torlódási pont, a két definíció ekvivalenciája
- 23) A torlódási pontok között van legkisebb és legnagyobb
- 24) Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája („epszilonos” \Rightarrow „sorozatos”)
- 25) Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája („sorozatos” \Rightarrow „epszilonos”)
- 26) Fokozatos változás tulajdonság
- 27) Folytonos függvények szorzatának folytonossága
- 28) Folytonos függvények hányadosának folytonossága
- 29) Folytonos függvények összetételének folytonossága
- 30) Intervallumon folytonos függvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
- 31) Intervallumon szigorúan monoton függvény inverzének létezése és folytonossága
- 32) Az x^n és $\sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) függvények definíciója, folytonossága
- 33) Az a^x ($a > 0, x \in \mathbb{R}$) függvény definíciója, folytonossága
- 34) Az a^x ($a > 0, a \neq 1$) függvény monotonitása
- 35) A logaritmusfüggvények definíciója, egy azonosság bizonyítása
- 36) A trigonometrikus függvények folytonossága és értékkészlete (sin, cos)
- 37) A trigonometrikus függvények folytonossága és értékkészlete (tg, ctg)
- 38) Az arc sin és arc cos függvények. Definíció, folytonosság, ÉT, ÉK
- 39) Az arc tg és arc ctg függvények. Definíció, folytonosság, ÉT, ÉK
- 40) Függvény határértéke (véges hé. véges helyen). A két definíció ekvivalenciája

- 41) Függvény határértékére (véges hé. véges helyen) vonatkozó műveleti szabályok ($\times, :$)
- 42) Intervallumon monoton függvény féloldali határértékének létezése
- 43) Függvény határértéke (véges hé. végtelenben). A két definíció ekvivalenciája
- 44) A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ határérték
- 45) A $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ határérték
- 46) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos
- 47) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény felveszi szélsőértékeit
- 48) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény első és utolsó elérési tulajdonsága
- 49) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény egyenletesen is folytonos
- 51) Pontbeli differenciálhatóság, kapcsolata a folytonossággal
- 52) Függvények szorzatának differenciálhatósága
- 53) Függvények hányadosának differenciálhatósága
- 54) Függvények összetételének differenciálhatósága
- 55) Függvény inverzének differenciálhatósága
- 56) Az x^n és az $\sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) függvények differenciálhatósága
- 57) Az e^x , $\log x$ és az x^α függvények differenciálhatósága
- 58) A trigonometrikus függvények ($\sin, \cos, \operatorname{tg}, \operatorname{ctg}$) differenciálhatósága
- 59) Az $\arcsin, \arccos, \operatorname{arctg}$ függvények differenciálhatósága

A fenti tételeken kívül definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még a következőket:

Valós számok, felsőhatár-tulajdonság, Cantor tétel. Függvény fogalma, függvényműveletek, pontonkénti műveletek, monotonitás, szélsőérték. Háromszög-egyenlőtlenség. Környezettulajdonságok. Részsorozat, átrendezett sorozat, fésűs egyesítés. Műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek ∞ -divergens sorozatokra. Torlódási pont és határérték kapcsolata. Függvény monotonitása és az alpműveletek kapcsolata. Függvények szimmetriatulajdonságai. Intervallumon folytonosság. Egyenletes folytonosság. Féloldali folytonosság. Függvény határértéke mind a négy esetben (véges vagy végtelen végesben vagy végtelenben), mindkét definíció. Féloldali határérték. Dinamikus függvényvizsgálat. Szakadási helyek osztályozása. Kontraktív függvények. Aszimptota. A differenciálhányados geometriai jelentése.