Differenciál- és integrálszámítás II. tételsor
(mat. tanár szak, 2002-2003.)

1) Görbeív alatti terület ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is)
2) Rektifikálható görbe ívhossza, az ívhossz általános fogalma és tulajdonságai
3) Ívhossz kiszámítása ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is)
4) Forgástest térfogata ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is)
5) Forgástest palástfelszíne ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is)
6) Az integrálszámítás középérték-tétele
7) Az interpoláció alapfeladata. Taylor- és Lagrange-féle interpoláció
8) Szétválasztható változójú differenciálegyenletek
9) Elsőrendű lineáris differenciálegyenletek
10) Bernoulli-féle differenciálegyenletek
11) Az $y' = f(y/x)$ alakú differenciálegyenletek
12) Az $y' = f\left(\frac{ax+by+c}{Ax+By+C}\right)$ alakú differenciálegyenletek
13) A Lagrange-féle differenciálegyenletek
14) Lineáris függőség és a Wronsky determináns
15) Homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek általános megoldása
16) Inhomogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek partikuláris megoldásának keresése
17) Konstans együtthatós másodrendű lineáris differenciálegyenlet megoldásainak bázisa
18) A $\sum q^n$, $\sum \frac{1}{n}$, $\sum \frac{1}{n^2}$ sorok konvergenciájának vizsgálata (definíció szerint)
19) A Cauchy-kritérium sorokra. Az $a_n \to 0$ szükséges feltétel
20) Műveletek konvergens sorokkal. Linearitás, csoportosíthatóság
21) Abszolút konvergens sor átrendezése
22) Példák feltételesen konvergens sor különböző átrendezéseire
23) A Cauchy-féle szorzatsor konvergenciája. Mertens tétele
24) A gyökkritérium (mindhárom alakja)
25) A hányadoskritérium (mindhárom alakja)
26) A majoránskritérium
27) Cauchy ekvikonvergencia-tétele
28) Az integrálkritérium
29) Leibniz-féle kritérium. Az $|s_n - s|$ becslése
30) Dirichlet-féle kritérium
31) Függvénysorozatok folytonossága és az egyenletes konvergencia
32) Függvénysorozatok integrálhatósága és az egyenletes konvergencia
33) Riemann tétele a konvergens numerikus sorral majorált függvénysorokról
34) Hatványsor konvergenciaviszonyai. A konvergenciasugár, viselkedés a végpontokban
35) A Cauchy–Hadamard tétel
36) Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia-intervallum belsejében. Az összegfüggvény folytonos és differenciálható.
37) A Taylor-sor fogalma. Mikor állítja elő a függvényt?
38) Az e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$, $\log(1+x)$ függvények Taylor sorai

39) $\frac{\pi}{4}$ közelítése az arctg függvény hatványsora segítségével
40) Egyenletes approximáció Bernstein-polinomokkal
41) Trigonometrikus polinomok együtthatóinak „átlag" tulajdonsága
42) A trigonometrikus rendszer ortogonalitása. A Fourier-sor
43) Egyenletesen konvergens trigonometrikus sor az összegfüggvényének Fourier sora
44) A Riemann lemma (A Fourier együtthatók 0-hoz tartanak)
45) A részletösszeg előállítása a Dirichlet-féle magfüggvénnyel
46) A lokalizációs tétel
47) Elegendő feltételek a Fourier sor konvergenciájára: a féloldali Lipschitz-feltétel
48) Elegendő feltételek a Fourier sor konvergenciájára: a féloldali differenciálhatóság
49) $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$
50) A Fejér-féle összegzés megőrzi a konvergenciát
51) A σ-közepek előállítása a Fejér-féle magfüggvénnyel
52) Fejér tétele a pontonkénti szummálhatóságról
53) Fejér approximációs tétele
54) A Fourier sor részletösszegeinek minimumtulajdonsága

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

Területfüggvény tulajdonságai. Görbeív, paraméteres előállítás. Zárt görbe területe. Felület felszínének definíciója, Schwartz példája.

Példa hárompontos Hermite-interpolációra. A Simpson-féle formula integrálok közelítésére

Differenciálegyenlet, iránymező, általános és szinguláris megoldás. Lineáris differenciálegyenletek, lineáris függőség. Az Euler-féle differenciálegyenlet megoldásai.

Numerikus sorok konvergenciája és divergenciája. Konvergencia és abszolút konvergencia. Feltételesen konverges sor pozitív és negatív része, átrendezései. Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Cauchy-kritérium a pontonkénti és az egyenletes konvergenciára. Függvénysorok tagonkénti differenciálhatósága és az egyenletes konvergencia. Példák konvergens függvénysorozatokra, ahol a folytonosság, integrálhatóság, vagy az integrál értéke nem őrződik meg. Abel tétele.

Példák Fourier sorokra. Skaláris szorzat. A Dirichlet-féle és a Fejér-féle magfüggvény. A Taylor- és a Fourier-sorok. A Bessel egyenlőtlenség. A Cauchy-féle szorzatsor Fejér-szummálható.

2003. december 7. Németh Zoltán