

Differenciál- és integrálszámítás I.

Tételjegyzék

I./mat. tanár szak, 2005.

1. Közéérték-tételek. A Rolle- és a Lagrange-féle alak
2. Közéérték-tételek. A Cauchy-féle alak
3. Az „integrálszámítás alaptétele”
4. f monotonitásának jellemzése f' segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek)
5. f szigorú monotonitásának jellemzése f' segítségével
6. f szélsőértéke elegendő feltétele f'' segítségével
7. A deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
8. A L'Hospital-szabályok. Az $f(x) \rightarrow 0, g(x) \rightarrow 0$ eset
9. L'Hospital-szabályok. A $g(x) \rightarrow \infty$ eset
10. L'Hospital-szabályok. Az $x \rightarrow \infty$ eset
11. f konvexitásának jellemzése f'' segítségével
12. A Newton–Raphson féle gyökkereső módszer
13. Jensen-féle egyenlőtlenség
14. A hatványközepek közötti egyenlőtlenségek (a $0 < p < q$ eset)
15. A hatványközepek közötti egyenlőtlenségek (a mértani közép mint határérték és a $p < 0 < q$ eset)
16. A Taylor-formula és hibatagja
17. $\sin x$ és $\cos x$ Taylor-formulái a 0 körül, a hibatag becslése
18. e^x Taylor-formulája a 0 körül, a hibatag becslése
19. Egy függvény primitív függvényei csak konstansban különböznek
20. Helyettesítéses integrálás formulája primitív függvényre
21. Parciális integrálás formulája primitív függvényre
22. $\frac{1}{(1+x^2)^n}$ primitív függvénye
23. Racionális törtfüggvények primitiválásának ált. módszere
24. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(\sin x, \cos x)$ primitív függvénye
25. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$ primitív függvénye
26. $\sin^n x$ és $\cos^n x$ primitív függvénye
27. Az alsó és felső összegek viselkedése a beosztás finomításakor
28. Az alsó és felső összegek összehasonlítása
29. Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk. A Riemann-féle integrál
30. $\int_0^1 x^2 dx$ kiszámítása definíció szerint
31. $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$ kiszámítása definíció szerint
32. Az oszcillációs kritérium
33. Az
$$f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{ha } x = p/q, \text{ ahol } p, q \in \mathbb{Z}, (p, q) = 1, q > 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$
függvény integrálhatósága
34. A monoton függvények integrálhatók
35. A folytonos függvények integrálhatók
36. A Riemann-féle (szüks. és elégs.) integrálhatósági kritérium („Riemann-féle definíció”)

37. A Newton–Leibniz formula
38. A parciális és a helyettesítéses integrálás formulái Riemann integrálra
39. Az $[a, b]$ -n integrálható függvény $[c, d] \subseteq [a, b]$ -n is integrálható. Az integrál intervallum szerinti additivitása
40. Az integrál linearitása (konstansszoros és összeg integrálhatósága és integrálja)
41. Integrálható és folytonos függvény összetételének integrálhatósága
42. Integrálható függvények szorzatának és hányadosának integrálhatósága
43. Integrálható függvény abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése
44. A Cauchy–Bunyakovszkij–Schwartz-féle egyenlőtlenség
45. Az integrálfüggvény folytonossága
46. Az integrálfüggvény differenciálhatósága
47. Integrálhatóság és primitiválhatóság összehasonlítása
48. Az improprius integrál definíciójának alapesetei. Példák
49. Az improprius integrálra vonatkozó majoráns kritérium
50. Az $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ integrál létezése
51. Az $\frac{1^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}}$ sorozat határértéke
52. A Lagrange-féle interpoláció és hibája
53. Példa három alappontos Hermite-féle interpolációra
54. A Simpson tétel (legfeljebb harmadfokú polinom integrálja)

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

A konvexitás definíciói; a konvexitás jellemzése a különbségihányados-függvények segítségével a konvexitás jellemzése f' segítségével; hatványközepek és a közöttük lévő egyenlőtlenségek; a Newton–Raphson féle gyökkereső módszer konvergenciájának gyorsasága. A primitiválhatóság (szüks./elégs.) feltételei. integrálközelítő összegek; Riemann-összegek; Darboux tétele; $\int_b^a f$ és $\int_a^a f$ definíciója; improprius integrál általános fogalma; az $\sqrt[n]{n!}/n$ sorozat határértéke; a Simpson-féle integrálközelítő formula.

2005. 05. 04.

Németh Zoltán