

Tételjegyzék
Bevezetés az analízisbe

2009/10. I. félév, I. évf. matematika alapszak, nappali, emelt szint)

1. A Cantor-tétel (bizonyítása a felsőhatár-tulajdonságból)
2. Számítási és mértani közepek tétele
3. Monoton, korlátos sorozat konvergencia
4. Konvergencia sorozatok szorzatára vonatkozó tétel
5. Konvergencia sorozatok egyenlőtlenségi tételei (ha $a_n \geq b_n$, ill. ha $a > b$)
6. A rendő-elv
7. Az $(\frac{1}{n^\alpha})$ ($\alpha \geq 1$) és a (q^n) ; sorozatok konvergenciája
8. Az $(\frac{n}{2^n})$ sorozat konvergenciája
9. Az $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$ sorozat konvergenciája
10. Az $(1 + \frac{1}{n})^n$ és az $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ sorozatok konvergenciája
11. Az $(\sqrt[n]{n})$ és a $(\sqrt[n]{a})$ sorozatok konvergenciája
12. Kör területének kétoldali közelítése rekurzív sorozatokkal; a sorozatok konvergenciája
13. A ∞ -divergens sorozatok. Műveletek ∞ -divergens sorozatokkal (+, -)
14. Bolzano–Weierstrass tétel (monoton részsorozat létezése, intervallumfelezés)
15. Cauchy-féle kritérium sorozatokra
16. A torlódási pontok között van legnagyobb és legkisebb
17. A $\sum q^n, \sum \frac{1}{n}, \sum \frac{1}{n^2}$ sorok konvergenciájának vizsgálata (definíció szerint)
18. Műveletek konvergencia sorokkal. Linearitás, csoportosíthatóság
19. Abszolút konvergencia sor átrendezései
20. Példák feltételesen konvergencia sor különböző átrendezéseire
21. A gyökkritérium (mindhárom alakja)
22. A majoránskritérium
23. Leibniz-féle kritérium. Az $|s_n - s|$ becslése
24. A Dirichlet-féle kritérium
25. A Cauchy-féle szorzatsor. Mertens tétele
26. A Cauchy–Hadamard tétel
27. Példák: hatványsor konvergenciaviselkedése a konvergencia-intervallum végpontjaiban
28. Az $e(x) := \sum \frac{x^n}{n!}$ függvény: $e(1) = e; e(x_1 + x_2) = e(x_1)e(x_2)$
29. Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia-intervallum belsejében. Az összegfüggvény folytonos
30. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, és f_n folytonos, f nem; illetve f_n és f folytonosak, de a konvergencia nem egyenletes
31. Folytonos függvények egyenletesen konvergencia sorozatai

32. Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája
33. Folytonos függvények szorzata és hányadosa
34. Folytonos függvények összetétele és inverze
35. Intervallumon folytonos függvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
36. Az a^x függvény definíciója
37. Az a^x függvény monotonitása, értékkészlete, azonosságai
38. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos
39. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény felveszi szélsőértékeit
40. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény egyenletesen is folytonos
41. A kontraktív függvények fixpont-tétele
42. Függvény határértéke (véges hé. véges helyen). A két definíció ekvivalenciája
43. Függvény határértékére (véges hé. véges helyen) vonatkozó műveleti szabályok (\times , $:$) és rendőr-elv
44. A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ határérték
45. A $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ határérték
46. Intervallumon monoton függvény féloldali határértékének létezése

A fenti tételeken kívül definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még a következőket:

Valós számok, felsőhatár-tulajdonság. Függvény fogalma, függvénytűveletek, pontonkénti műveletek, monotonitás, szélsőérték. Háromszög-egyenlőtlenség. Környezettulajdonságok. Bernoulli-egyenlőtlenség.

Konvergencia, korlátosság, monotonitás, kapcsolatuk. A konvergencia műveleti szabályai. Indexsorozat, részsorozatok, sorozatok átrendezése és fésűs egyesítése. Műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek ∞ -divergens sorozatokra. Torlódási pont két definíciója. $\lim \sup$, $\lim \inf$ létezése. Torlódási pont és határérték kapcsolata.

Numerikus sorok konvergenciája és divergenciája. Konvergencia és abszolút konvergencia. hányadoskritérium, Cauchy ekvikonvergencia-tétele, Dirichlet-féle kritérium. Sorok szorzása, a szorzatsor konvergenciája. Feltételesen konverges sor pozitív és negatív része, átrendezései. Függvénytűveletek, függvénytűveletek pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Cauchy-kritérium a pontonkénti és az egyenletes konvergenciára. Folytonos függvények sorozatai. Riemann tétele a konvergens numerikus sorral majorált függvénytűveletekről.

Függvény monotonitása és az alapműveletek kapcsolata. Függvények szimmetriatulajdonságai. A pontbeli folytonosság műveleti szabályai. Intervallumon folytonosság. Egyenletes folytonosság. Féloldali folytonosság. Nevezetes elemi függvények (hatvány-, gyök-, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus) fogalma, tulajdonságai. Az elemi függvények fogalma. Kompakt intervallumon folytonos függvények. Függvény határértéke mind a négy esetben (véges vagy végtelen végesben vagy végtelenben), mindkét definíció. Féloldali határérték. Dinamikus függvényvizsgálat. Szakadási helyek osztályozása. Aszimptoták.