

Tételjegyzék
Bevezetés az analízisbe

2007/2008. I. félév, I. évf. matematika alapszak, levelező

1. Számítási és mértani közepek tétele
2. Monoton, korlátos sorozat konvergencia
3. Konvergencia sorozatok szorzatára vonatkozó tétel
4. Konvergencia sorozatok egyenlőtlenségi tételei (ha $a_n \geq b_n$, ill. ha $a > b$)
5. Rendőr elv
6. Az $(\frac{1}{n^\alpha})$ ($\alpha \geq 1$) és a (q^n) ; sorozatok konvergenciája
7. Az $(\frac{n}{2^n})$ sorozat konvergenciája
8. Az $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$ sorozat konvergenciája
9. Az $(1 + \frac{1}{n})^n$ és az $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ sorozatok konvergenciája
10. Az $(\sqrt[n]{n})$ és a $(\sqrt[n]{a})$ sorozatok konvergenciája
11. A ∞ -divergencia sorozatok. Műveletek ∞ -divergencia sorozatokkal (+, -)
12. Bolzano–Weierstrass tétel
13. Cauchy-féle kritérium sorozatokra
14. A $\sum q^n, \sum \frac{1}{n}, \sum \frac{1}{n^2}$ sorok konvergenciájának vizsgálata (definíció szerint)
15. A Cauchy-kritérium sorokra. Az $a_n \rightarrow 0$ szükséges feltétel
16. Műveletek konvergencia sorokkal. Linearitás, csoportosíthatóság
17. A gyökkritérium (mindhárom alakja)
18. A majoránskritérium
19. Leibniz-féle kritérium. Az $|s_n - s|$ becslése
20. A Cauchy–Hadamard tétel
21. Példák: hatványsor konvergenciaviselkedése a konvergencia-intervallum végpontjaiban
22. Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia-intervallum belsejében. Az összegfüggvény folytonos
23. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, és f_n folytonos, f nem; illetve f_n és f folytonosak, de a konvergencia nem egyenletes
24. Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája
25. Folytonos függvények szorzata és hányadosa
26. Intervallumon folytonos függvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
27. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos
28. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény felveszi szélsőértékeit
29. Az a^x ($a > 0, x \in \mathbb{R}$) függvény definíciója, folytonossága
30. Az a^x ($a > 0, a \neq 1$) függvény monotonitása
31. Függvény határértéke (véges hé. véges helyen). A két definíció ekvivalenciája

32. Függvény határértékére (véges hé. véges helyen) vonatkozó műveleti szabályok (\times , $:$)
33. A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ határérték
34. A $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ határérték

A fenti tételeken kívül definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még a következőket:

Valós számok, felsőhatár-tulajdonság, Cantor tétel. Függvény fogalma, függvényműveletek, pontonkénti műveletek, monotonitás, szélsőérték. Háromszög-egyenlőtlenség. Környezettulajdonságok. Bernoulli-egyenlőtlenség.

Konvergencia, korlátosság, monotonitás, kapcsolatuk. A konvergencia műveleti szabályai. Indexsorozat, részsorozatok, sorozatok átrendezése és fésűs egyesítése. Műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek ∞ -divergens sorozatokra. Torlódási pont két definíciója. \limsup , \liminf létezése. Torlódási pont és határérték kapcsolata.

Numerikus sorok konvergenciája és divergenciája. Konvergencia és abszolút konvergencia. hányadoskritérium, Cauchy ekvikonvergencia-tétele, Dirichlet-féle kritérium. Sorok szorzása, a szorzatsor konvergenciája. Feltételesen konvergens sor pozitív és negatív része. Sorok átrendezései. Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Cauchy-kritérium a pontonkénti és az egyenletes konvergenciára. Folytonos függvények sorozatai. Riemann tétele a konvergens numerikus sorral majorált függvénysorokról.

Függvény monotonitása és az alpműveletek kapcsolata. Függvények szimmetriatulajdonságai. A pontbeli folytonosság műveleti szabályai. Folytonos függvények összetétele. Folytonos függvény inverze. Intervallumon folytonosság. Egyenletes folytonosság. Féloldali folytonosság. Nevezetes elemi függvények (hatvány-, gyök-, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus) fogalma, tulajdonságai. Az elemi függvények fogalma. Kompakt intervallumon folytonos függvények. Függvény határértéke mind a négy esetben (véges vagy végtelen végesben vagy végtelenben), mindkét definíció. Féloldali határérték. Intervallumon monoton függvények. Dinamikus függvényvizsgálat. Szakadási helyek osztályozása. Aszimptoták.