

## Tételjegyzék

### Bevezetés az analízisbe

2006/2007. I. félév, I. évf. matematika alapszak

1. Számítási és mértani közepek tétele
2. Monoton, korlátos sorozat konvergencia
3. Konvergencia sorozatok szorzatára vonatkozó tétel
4. Konvergencia sorozatok egyenlőtlenségi tételei (ha  $a_n \geq b_n$ , ill. ha  $a > b$ )
5. Rendőr elv
6. Az  $(\frac{1}{n^\alpha})$  ( $\alpha \geq 1$ ) és a  $(q^n)$ ; sorozatok konvergenciája
7. Az  $(\frac{n}{2^n})$  sorozat konvergenciája
8. Az  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$  sorozat konvergenciája
9. Az  $(1 + \frac{1}{n})^n$  és az  $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$  sorozatok konvergenciája
10. Az  $(\sqrt[n]{n})$  és a  $(\sqrt[n]{a})$  sorozatok konvergenciája
11. A  $\infty$ -divergens sorozatok. Műveletek  $\infty$ -divergens sorozatokkal (+, -)
12. Bolzano–Weierstrass tétel
13. Cauchy-féle kritérium sorozatokra
14. A  $\sum q^n$ ,  $\sum \frac{1}{n}$ ,  $\sum \frac{1}{n^2}$  sorok konvergenciájának vizsgálata (definíció szerint)
15. A Cauchy-kritérium sorokra. Az  $a_n \rightarrow 0$  szükséges feltétel
16. Műveletek konvergencia sorokkal. Linearitás, csoportosíthatóság
17. Abszolút konvergencia sor átrendezései
18. Példák feltételesen konvergencia sor különböző átrendezéseire
19. A gyökkritérium (mindhárom alakja)
20. A majoránskritérium
21. Leibniz-féle kritérium. Az  $|s_n - s|$  becslése
22. A Cauchy–Hadamard tétel
23. Példák: hatványsor konvergenciaviselkedése a konvergencia-intervallum végpontjaiban
24. Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia-intervallum belsejében. Az összegfüggvény folytonos
25. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol  $f_n \rightarrow f$ , és  $f_n$  folytonos,  $f$  nem; illetve  $f_n$  és  $f$  folytonosak, de a konvergencia nem egyenletes
26. Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája
27. Folytonos függvények szorzata és hányadosa
28. Intervallumon folytonos függvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
29. Az  $a^x$  ( $a > 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ) függvény definíciója, folytonossága
30. Az  $a^x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) függvény monotonitása
31. Függvény határértéke (véges hé. véges helyen). A két definíció ekvivalenciája

- 32. Függvény határértékére (véges hé. véges helyen) vonatkozó műveleti szabályok ( $\times, :$ )
- 33. Intervallumon monoton függvény féloldali határértékének létezése
- 34. A  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  határérték
- 35. A  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$  határérték
- 36. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos
- 37. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény felveszi szélsőértékeit

**A fenti tételeken kívül definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még a következőket:**

Valós számok, felsőhatár-tulajdonság, Cantor tétel. Függvény fogalma, függvényműveletek, pontonkénti műveletek, monotonitás, szélsőérték. Háromszög-egyenlőtlenség. Környezettulajdonságok. Bernoulli-egyenlőtlenség.

Konvergencia, korlátosság, monotonitás, kapcsolatuk. A konvergencia műveleti szabályai. Indexsorozat, részsorozatok, sorozatok átrendezése és fésűs egyesítése. Műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek  $\infty$ -divergens sorozatokra. Torlódási pont két definíciója.  $\lim \sup$ ,  $\lim \inf$  létezése. Torlódási pont és határérték kapcsolata.

Numerikus sorok konvergenciája és divergenciája. Konvergencia és abszolút konvergencia. hányadoskritérium, Cauchy ekvikonvergencia-tétele, Dirichlet-féle kritérium. Sorok szorzása, a szorzatsor konvergenciája. Feltételesen konvergens sor pozitív és negatív része, átrendezései. Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Cauchy-kritérium a pontonkénti és az egyenletes konvergenciára. Folytonos függvények sorozatai. Riemann tétele a konvergens numerikus sorral majorált függvénysorokról.

Függvény monotonitása és az alpműveletek kapcsolata. Függvények szimmetriatulajdonságai. A pontbeli folytonosság műveleti szabályai. Folytonos függvények összetétele. Folytonos függvény inverze. Intervallumon folytonosság. Egyenletes folytonosság. Féloldali folytonosság. Nevezetes elemi függvények (hatvány-, gyök-, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus) fogalma, tulajdonságai. Az elemi függvények fogalma. Kompakt intervallumon folytonos függvények. Függvény határértéke mind a négy esetben (véges vagy végtelen végesben vagy végtelenben), mindkét definíció. Féloldali határérték. Dinamikus függvényvizsgálat. Szakadási helyek osztályozása. Aszimptoták.