

# Differenciál- és integrálszámítás

## Tételjegyzék

I./mat. alapszak levelező, 2007.

1. Függvény inverzének differenciálhatósága (példák: arcsin, arccos)
2. Az  $x^n$ ,  $\sqrt[n]{x}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $x^\alpha$  függvények differenciálhatósága
3. Közéérték-tételek (A Lagrange-tétel biz.) Az „integrálszámítás alaptétele”
4.  $f$  monotonitásának jellemzése  $f'$  segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek) (az egyik állítás bizonyítása)
5.  $f$  szélsőértékének jellemzése  $f'$ , ill.  $f''$  segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek) (az egyik állítás bizonyítása)
6. A L'Hospital-szabályok (bizonyítás nélkül). Példák:  $x^n e^{-x}$  ( $x \rightarrow \infty$ );  $\frac{\ln^n x}{n}$  ( $n \rightarrow \infty$ );  $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  ( $x \rightarrow \infty$ );  $\frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$  ( $x \rightarrow 0$ )
7. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  differenciálható, de  $f$  nem; illetve  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  és  $f$  differenciálhatók, de  $f'_n \not\rightarrow f'$
8. A Taylor-formula
9. A sin, cos,  $e^x$ ,  $\log(1+x)$  függvények Taylor-sorai
10. Helyettesítéssel való integrálás formulája primitív függvényre
11. Rekurzív formulák. A  $\sin^n x$ ,  $\cos^n x$ ,  $\frac{1}{(1+x^2)^n}$  függvények primitív függvényei (az egyik részletesen)
12. Racionalizáló helyettesítések. Az  $R(\sin x, \cos x)$  alakú függvények primitív függvénye
13. Az alsó és felső összegek (viselkedésük a beosztás sűrítésekor; összehasonlításuk)
14. Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk. A Riemann-féle integrál
15. Az oszcillációs kritérium
16. Integrálható függvény abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése
17. A folytonos függvények integrálhatók
18. A Newton–Leibniz formula
19. A parciális integrálás formulája Riemann integrálra
20. Az integrálfüggvény differenciálhatósága
21. Az integrálfüggvény és a primitív függvény kapcsolata. Példák
22. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  integrálható, de  $f$  nem; illetve  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  és  $f$  integrálhatók, de  $\int_a^b f_n \not\rightarrow \int_a^b f$
23. Az improprius integrál definíciójának alapesetei. Példák
24. A (pozitív tagú sorokra vonatkozó) integrálkritérium
25. Görbéiv alatti terület, zár görbe által határolt terület
26. Forgástest térfogata
27. Rektifikálható görbe ívhossza, az ívhossz kiszámítása
28. A korlátozott növekedés differenciálegyenlete; a „halastó-feladat”
29. Bernoulli-féle differenciálegyenletek;  $y' = f(y/x)$  alakú differenciálegyenletek
30. Homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek megoldáshalmazának szerkezete
31. Konstans együtthatós másodrendű lineáris differenciálegyenlet megoldásainak bázisa

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

A differenciálhányados fogalma, geometriai jelentése; kapcsolata a folytonossággal. A differenciálás műveleti szabályai, elemi függvények deriváltjai. A konvexitás fogalma és jellemzése. A Taylor-formula alkalmazásai; a Taylor sor. Hatványsor tagonkénti differenciálhatósága.

A primitív függvény fogalma; a primitiválhatóság (szüks./elégs.) feltételei. Helyettesítéses és parciális integrál formula. A primitív függvény keresésének tanult módszerei.

Integrálközelítő összegek. Riemann-összegek; Darboux tétele. Az integrál linearitása; tulajdonságai. Szorzat- és hányadosfüggvény integrálhatósága. Integrálhatóság részintervallumon,  $\int_b^a f$  és  $\int_a^a f$  definíciója, intervallum szerinti additivitás. Az integrálhatóság kritériumai. Improprius integrál általános fogalma, Cauchy-féle és majoráns kritériumok improprius integrálra.

Terület, ívhossz, forgástest térfogata és palástfelszíne fogalma és kiszámításuk ( $y = f(x)$ ,  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $r = r(\varphi)$  alakban adott görbék esetei).

Differenciálegyenlet, iránymező, általános és szinguláris megoldás. Szeparábilis differenciálegyenletek. Lineáris függőség, Wronsky determináns. Elsőrendű lineáris differenciálegyenletek. Inhomogén másodrendű lineáris differenciálegyenletek.

2005. december 15.

Németh Zoltán

2005. 05. 04.

Németh Zoltán