

Differenciál- és integrálszámítás

Tételjegyzék, „emelt szint”

I./mat. alapszak, 2007.

1. Függvények összetételének differenciálhatósága
2. Az x^n , a $\sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) és az x^α függvények differenciálhatósága
3. Középérték-tételek
4. f monotonitásának jellemzése f' segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek) (mindkét irányból egyet biz.)
5. f szélsőértéke jellemzése f' és f'' segítségével (szüks., ill. elégs. feltételek) (mindkét irányból egyet biz.)
6. A deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonsága
7. A L'Hospital-szabályok
8. f konvexitásának jellemzése f'' segítségével
9. A Newton–Raphson féle gyökkereső módszer és a konvergencia gyorsasága
10. A hatványközepek közötti egyenlőtlenségek; a mértani közép mint határérték
11. A Taylor-formula és hibatagja
12. e^x Taylor-formulája a 0 körül, a hibatag becslése, e irracionalitása
13. Függvénysorozatok és a differenciálás (példák)
14. A \sin , \cos , e^x , $\log(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ függvények Taylor-sorai
15. Az $\arctg x$ Taylor-sora. A π közelítései
16. Példa függvényre, melyet a Taylor-sora nem állít elő
17. Helyettesítéses és parciális integrálás formulái primitív függvényre
18. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(\sin x, \cos x)$ alakú függvények primitív függvénye
19. Rekurzív formulák. Az $\frac{1}{(1+x^2)^n}$, $\sin^n x$ és $\cos^n x$ primitív függvényei
20. Az alsó és felső összegek viselkedése a beosztás sűrítésekor, összehasonlításuk
21. Az $\int_0^1 x^2 dx$, $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$ kiszámítása definíció szerint (csak az egyik)
22. Az oszcillációs kritérium
23. Az
$$f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{ha } x = p/q, \text{ ahol } p, q \in \mathbb{Z}, (p, q) = 1, q > 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$
függvény integrálhatósága
24. A folytonos függvények integrálhatók
25. A Newton–Leibniz formula
26. Az $[a, b]$ -n integrálható függvény $[c, d] \subseteq [a, b]$ -n is integrálható. Az integrál intervallum szerinti additivitása
27. Az integrál linearitása (konstansszoros és összeg integrálhatósága és integrálja)
28. Integrálható és folytonos függvény összetételének integrálhatósága
29. Integrálható függvény abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése
30. A Cauchy–Bunyakovszkij–Schwartz-féle egyenlőtlenség
31. Az integrálszámítás középérték-tétele
32. Az integrálfüggvény differenciálhatósága
33. Integrálhatóság és primitiválhatóság összehasonlítása
34. Függvénysorozatok és az integrálhatóság (példák)

35. Egyenletesen konvergens függvénysorozatok integrálhatósága
36. Az improprius integrál definíciójának alapesetei. Példák
37. Az $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ integrál viselkedése
38. Az $\frac{1^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}}$ sorozat határértéke
39. Az $\int_0^\infty x^\alpha e^{-x} dx$ integrál
40. A (sorokra vonatkozó) integrálkritérium
41. A Lagrange-féle interpoláció és hibája
42. Példa három alappontos Hermite-féle interpolációra
43. Görbeív alatti terület ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is); zárt görbe területe
44. Rektifikálható görbe ívhossza, az ívhossz általános fogalma és tulajdonságai
45. Ívhossz kiszámítása ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is)
46. A korlátozott növekedés differenciálegyenlete
47. Elsőrendű lineáris és Bernoulli-féle differenciálegyenletek
48. Az $y' = f(y/x)$ és az $y' = f\left(\frac{ax+by+c}{Ax+By+C}\right)$ alakú differenciálegyenletek
49. Lineáris függőség és a Wronsky determináns
50. Homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek általános megoldása
51. Inhomogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek (az általános megoldás szerkezete; a konstans-variáció módszere)

Ahol a tételhez több állítás tartozik, elég az egyiket bizonyítani.

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

Differenciálhatóság fogalma, kapcsolata a folytonossággal, a differenciálhányados geometriai jelentése. A differenciálás műveleti szabályai, elemi függvények deriváltjai. A konvexitás definíciói; a konvexitás jellemzése a különbségihányados-függvények segítségével, a konvexitás jellemzése f' segítségével; hatványközepek és a közöttük lévő egyenlőtlenségek; a Newton–Raphson féle gyökkereső módszer konvergenciájának gyorsasága. A primitiválhatóság (szüks./elégs.) feltételei. A primitív függvény keresésének módszerei. integrálközelítő összegek; alsó és felső integrál, Riemann-integrálhatóság. Riemann-összegek, Darboux tétele, Riemann-féle definíció. Monoton függvények integrálhatósága. $\int_b^a f$ és $\int_a^a f$ definíciója. Az integrálfüggvény folytonossága. Az improprius integrál általános fogalma. Cauchy-kritérium és majoráns kritérium improprius integrálra. Simpson-formula.

Területfüggvény tulajdonságai. Görbeív, paraméteres előállítás. Zárt görbe területe. Felület felszínének definíciója. Forgástest térfogata és palástfelszíne.

Differenciálegyenlet, iránymező, általános és szinguláris megoldás. Halastó-feladat. Lineáris differenciálegyenletek, lineáris függőség. Lagrange-féle egyenlet. Konstans együtthatós és Euler-féle differenciálegyenlet megoldásbázisa. Egzisztencia- és unicitástétel. Laplace-transzformáció.