

Vizsgadolgozat
(Mat. alapszak)
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

A) Feladatok

1. Határozza meg a következő integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{1}{\sin x \cos x} dx; \quad \text{b) } \int \sin \sqrt[3]{x} dx \quad (5 \text{ p} + 7 \text{ p})$$

2. Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\log n}}$$

sor?

(10 p)

3. Számolja ki a következő határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az $f(x) = (x + 2)e^{1/x}$ függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (13 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

B) Definíciók, tételek

1. Mit jelent az, hogy az f függvény differenciálható az x_0 pontban? Adja meg a differenciálhányados geometriai jelentését is! (4 p)

2. Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt! (4 p)

3. Mondja ki a helyi (lokális) szélsőérték létezésének szükséges feltételét kifejező tételt differenciálható függvény esetén! (4 p)

4. Mondja ki az integrálszámítás alaptételét! (4 p)

5. Fogalmazza meg a nem-negatív tagú sorokra vonatkozó integrálkritériumot! (4 p)

6. Hogy szól a homogén másodrendű lineáris differenciálegyenlet általános megoldására vonatkozó tétel? (Két lineárisan független megoldás segítségével) (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

C) Elméleti kérdések

1. Igaz-e, hogy ha f és g differenciálható mindenütt és $\lim_{x \rightarrow \infty} f = \lim_{x \rightarrow \infty} g$, és $\exists \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$, akkor $\exists \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$? (7 p)

2. Igaz-e, hogy ha $f'(a) > 0$, akkor $\exists \delta > 0$ úgy, hogy f szigorúan monoton $(a - \delta; a + \delta)$ -n? (7 p)

3. Tegyük fel, hogy f Riemann-integrálható a $[-1; 1]$ intervallumon és legyen $I(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_1^x f(t) dt$! Következik-e az, hogy $I(x)$ differenciálható a 0 ponton és $I'(0) = f(0)$? (7 p)

21 p

Σ **90 p**

Jó munkát!

33 → 2

47 → 3

61 → 4

75 → 5