

**Vizsgadolgozat**  
(Mat. alapszak)  
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

**A) Feladatok**

1. Határozza meg a következő integrálokat!

$$\text{a) } \int \ln^3 x dx; \quad \text{b) } \int \frac{1}{\sin^6 x} dx \quad (6 \text{ p} + 8 \text{ p})$$

2. Határozza meg az  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^3}$  függvény Taylor-sorát! Adja meg a konvergencia-sugarat is! (10 p)

3. Számolja ki a következő határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sin 4x}. \quad (8 \text{ p})$$

4. Végezze el az  $f(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$  függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (13 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

**B) Definíciók, tételek**

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvénynek az  $a$  helyen lokális (helyi) minimuma van? (4 p)

2. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  és  $g$  függvények lineárisan függőek az  $(a, b)$  intervallumon? (4 p)

3. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú monoton csökkenése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t! (4 p)

4. Mondja ki a (sorokra vonatkozó) integrálkritériumot! (4 p)

5. Definiálja a Darboux-féle alsó- és felső közelítő összeg, ill. az alsó- és felső integrál fogalmát! (4 p)

6. Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt! (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

**C) Elméleti kérdések**

1. Fogalmazza meg (pozitív állító alakban) az oszcillációs kritériumban levő " $\forall \varepsilon (> 0)$ -hoz..." kezdetű állítás tagadását! (7 p)

2. Legyen  $f$  folytonos a  $[0, 1]$ -intervallumon és legyen  $\int_0^1 f^2(x) dx = 0$ . Igaz-e, hogy az  $f$  függvény konstans ezen az intervallumon? (7 p)

3. Adjon meg olyan függvényt, amely folytonos a  $(0, 1)$  intervallumon és ennek az intervallumnak végtelen sok pontjában nem differenciálható! (7 p)

**21 p**

$\Sigma$  **90 p**

**Jó munkát!**

33 → 2

47 → 3

61 → 4

75 → 5