

Vizsgadolgozat
(Mat. alapszak)
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

A) Feladatok

1. Határozza meg a következő integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx; \quad \text{b) } \int \cos \ln x dx \quad (5 \text{ p} + 7 \text{ p})$$

2. Hol differenciálható a következő függvény? Ahol differenciálható, ott számolja ki a deriváltat!

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (10 \text{ p})$$

3. Számolja ki a következő határértéket!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \frac{1}{\sin \frac{1}{n}} \right) \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az $f(x) = \arctg \ln x$ függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (13 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

B) Definíciók, tételek

1. Mondja ki az összetett függvény deriválására vonatkozó tételt! (4 p)
2. Hogy szól a hatványsorok differenciálására vonatkozó tétel? (4 p)
3. Mit jelent az, hogy a derivált függvény rendelkezik Bolzano—Darboux-féle tulajdonsággal? (4 p)
4. Hogy szól az oszcillációs kritérium? (4 p)
5. Fogalmazza meg az integrálfüggvény differenciálására vonatkozó tételt! (4 p)
6. Hogyan számolható ki egy görbeív hossza az integrál segítségével? (4 p)
(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

C) Elméleti kérdések

1. Vizsgálja az A/2 feladatban szereplő függvény deriváltját! (Folytonos-e a 0-ban, s ha nem, akkor milyen típusú szakadása van?) (7 p)
2. Az $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvényről tudjuk, hogy az $\int_1^{\infty} f(x) dx$ improprius integrál létezik. Igaz-e, hogy szükségképpen $f(x) \rightarrow 0$, ha $x \rightarrow \infty$? (7 p)
3. Az f függvényről tudjuk, hogy folytonos a $[-1; 1]$ -n differenciálható $(-1; 1)$ -en és $f'(0) = 0$. Igaz-e, hogy mindig található olyan a, b számok, $-1 \leq a < 0 < b \leq 1$, amelyekre $f(a) = f(b)$ fennáll? (7 p)
21 p

Σ **90 p**

Jó munkát!

33 → 2

47 → 3

61 → 4

75 → 5