

**Vizsgadolgozat**  
(Mat. alapszak)  
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

**A) Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int \operatorname{tg}^3 x dx; \quad \text{b) } \int x^7 \operatorname{arctg} x dx \quad (6 \text{ p} + 8 \text{ p})$$

2. Számolja ki az  $y = \frac{1}{1+x^2}$  és  $y = \frac{x^2}{2}$  görbék által határolt területet! (8 p)

3. Határozza meg a következő hatványsor összegfüggvényét!

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az  $f(x) = xe^{-1/x}$  függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (13 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

**B) Definíciók, tételek**

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény konkáv az  $\langle a, b \rangle$  intervallumon? (4 p)

2. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  és  $g$  függvények lineárisan függők az  $(a, b)$  intervallumon? (4 p)

3. Mondja ki a differenciálható függvény monoton növekedése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t! (4 p)

4. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt! (4 p)

5. Mondja ki a folytonos függvények integrálhatóságára vonatkozó tételt! (4 p)

6. Mondja ki a Newton–Leibniz-féle formulát! (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

**C) Elméleti kérdések**

1. Igaz-e, hogy ha  $f + g$  differenciálható  $x_0$ -ban, akkor  $f$  is és  $g$  is differenciálható  $x_0$ -ban? (Indokolja a választ!) (7 p)

2. Konstruáljon olyan  $f$  függvényt, amelyre igaz, hogy  $f$  differenciálható  $x_0$ -ban, de  $f''$  nem létezik  $x_0$ -ban! (7 p)

3. Legyen  $f$  folytonos  $(0, 1)$ -en. Konvergens-e az

$$f_n(x) := \frac{n}{2} \int_{x-1/n}^{x+1/n} f(t) dt$$

függvénysorozat? (7 p)

**21 p**  
**Σ 90 p**

**Jó munkát!**

33 → 2

47 → 3

61 → 4

75 → 5