

Vizsgadolgozat
(Mat. alapszak)
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

A) Feladatok

1. Határozza meg az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx; \quad \text{b) } \int \arctg \sqrt{x} dx \quad (4 \text{ p} + 8 \text{ p})$$

2. Számolja ki!

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1} dx \quad (9 \text{ p})$$

3. Határozza meg a következő határértéket!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\sin \frac{1}{n}} \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az $f(x) = x^2 \ln^2 x$ függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (14 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

B) Definíciók, tételek

1. Mondja ki a Taylor-formulára vonatkozó tételt! (4 p)
2. Mondja ki az oszcillációs kritériumot! (4 p)
3. Fogalmazza meg az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt! (4 p)
4. Mit ért az alatt, hogy az f függvény az (a, b) intervallumon konvex? (4 p)
5. Mondja ki a differenciálható függvény monoton növekedése és a deriváltja közti kapcsolatot leíró tétel(eke)t! (4 p)
6. Mondja ki a függvénysorozat integrálásáról szóló tételt! (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

C) Elméleti kérdések

1. Adjon példát olyan differenciálható függvényre, amelynek valamely a helyen szigorú szélsőértéke van, de a deriváltja nem vált előjelet a -ban! (7 p)

2. Igaz-e az alábbi tétel? Ha $f(x) \geq 0$ az $[1; \infty)$ -n és $\forall n$ -re $f(n) = a_n$ és \exists (véges) $\int_1^{\infty} f(x) dx$, akkor a

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ sor konvergens?} \quad (7 \text{ p})$$

3. Van-e primitív függvénye a következő függvénynek a $(0, 1)$ intervallumon?

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \in (0, 1) \\ 0, & \text{ha } x = 0. \end{cases} \quad (7 \text{ p})$$

21 p

Σ **90 p**

Jó munkát!

33 → 2

47 → 3

61 → 4

75 → 5