

## Kalkulus II. kollokvium (2007. jan. 26.)

### Elméleti rész

#### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
- Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
- Mondja ki a helyettesítéses integrál formulát (a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is) !
- Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!
- Definiálja egy adott függvény alsó integrálközelítő összegeit!
- Mit ért azalatt, hogy az  $\phi$  függvény az  $f$ -nek primitívje?

#### 2. Bizonyítások ( $2 \times 12$ pont)

- Bizonyítsa, hogy az integrálfüggvények mindig folytonosak!
- Milyen (szükséges, ill. elegendő) feltételeket ismer függvény szélsőértékének létezésére? (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

#### 3. Feladatok ( $5 \times 10$ pont)

- Számítsa ki az  $\int_{-\infty}^0 e^x \cos x \, dx$  improprius integrált!
- Az  $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ ,  $1 \leq x \leq 2$  görbét megforgatjuk az  $x$  tengely körül. Számítsa ki az így kapott test térfogatát!
- Számítsa ki az  $\int \int_D \cos(x+y) \, dx \, dy$  kettős integrált, ahol  $D$  az  $x = 0$ ,  $y = \pi$ ,  $y = x$  egyenesek által határolt tartomány!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az  $x - \frac{1}{x}$  függvényt!
- Határozza meg az  $f(x, y) := xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$  kétváltozós függvény szélsőérték helyeit!