

## Kalkulus II. kollokvium (2007. január 16.)

### Elméleti rész

#### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!
- Hogyan értelmeztük forgástestek térfogatát?
- Mondja ki a parciális integrál formulát (a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is) !
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény az az  $a$  helyen differenciálható?
- Mondja ki a függvény szigorú monotonitása és deriváltja közötti kapcsolatot leíró tételeket!
- Definiálja az improprius integrál fogalmát! (Elég a “jobboldali alapeset”.)

#### 2. Bizonyítások ( $2 \times 12$ pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Newton–Leibniz formulát!
- A Taylor-formula és alkalmazásai (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

#### 3. Feladatok ( $5 \times 10$ pont)

- Számítsa ki az  $\int \frac{x}{(3x-1)^2} dx$  integrált!
- Számítsa ki az  $y = xe^{2x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  görbeív alatti területet!
- Számítsa ki az  $\iint_T \frac{x^2}{y^2} dx dy$  kettős integrált, ahol  $T$  az  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  görbék által határolt tartomány!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az  $x + \frac{1}{x^2}$  függvényt!
- Határozza meg az  $f(x, y) := -2x^2 + 2xy - 5y^2 + 6x + 6y$  kétváltozós függvény szélsőérték helyeit!