

## Kalkulus II. kollokvium (2007. január 12.)

### Elméleti rész

#### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
- Hogyan értelmeztük forgástestek térfogatát?
- Mondja ki a helyettesítéses integrál formulát (a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is) !
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvénynek az az  $a$  helyen szigorú helyi minimuma van?
- Mondja ki a Newton–Leibniz formulát!
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény konkáv?

#### 2. Bizonyítások ( $2 \times 12$ pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be azokat a tételeket, amelyek a függvény monotonitása és első deriváltja közötti kapcsolatot írják le!
- Az integrálfüggvény definíciója; tulajdonságai és alkalmazásai (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

#### 3. Feladatok ( $5 \times 10$ pont)

- Számítsa ki az  $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$  integrált!
- Számítsa ki az  $y = x^2$  parabola  $0 \leq x \leq 2$  ívének hosszát!
- Számítsa ki az  $\iint_T x^2 + y^2 dx dy$  kettős integrált, ahol  $T$  az  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $y = 2$  egyenesek által határolt trapéz!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az  $xe^{-x}$  függvényt!
- Határozza meg az  $f(x, y) := y^2 + 2x^2y + x^4$  kétváltozós függvény szélsőérték-helyeit!