

## Kalkulus II. kollokvium (2007. jan. 03.)

### Elméleti rész

#### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- Mondja ki a Lagrange-féle középérték-tételt!
- Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
- Mondja ki a parciális integrál formulát (a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is) !
- Mit ért az alatt, hogy egy függvény differenciálható az  $a$  helyen?
- Definiálja egy adott függvény felső integrálközelítő összegeit!
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény konvex?

#### 2. Bizonyítások ( $2 \times 12$ pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Newton–Leibniz féle formulát!
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be azokat a tételeket, amelyek a függvény szélsőértéke és első deriváltja közötti kapcsolatot írják le! (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

#### 3. Feladatok ( $5 \times 10$ pont)

- Számítsa ki az  $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$  határozatlan integrált!
- Az  $y = \sqrt{\ln x}$ ,  $1 \leq x \leq e^2$  görbét megforgatjuk az  $x$  tengely körül. Számítsa ki az így kapott forgástest térfogatát!
- Számítsa ki az  $\iint_D y dy dx$  kettős integrált, ahol  $D$  az  $y = x^2$  és az  $y = 1$  egyenletű görbék által határolt tartomány!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az  $f(x) := \frac{x^2-3}{x-2}$  függvényt!
- Határozza meg az  $f(x, y) := x^3 + y^3 - 3xy$  kétváltozós függvény szélsőérték-helyeit!