

Kalkulus II. kollokvium (2006. dec. 29.)

Elméleti rész

1. Definíciók, tételek (6×4 pont)

- Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
- Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
- Mondja ki a parciális integrál formulát (a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is) !
- Mit ért azalatt, hogy egy függvény differenciálható az a helyen?
- Definiálja egy adott függvény alsó integrálközelítő összegeit!
- Mit ért azalatt, hogy az ϕ függvény az f -nek primitívje?

2. Bizonyítások (2×12 pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be azokat a tételeket, amelyek a függvény monotonitása és első deriváltja közötti kapcsolatot írják le!
- Milyen (szükséges, ill. elegendő) feltételei vannak a primitiválhatóságnak, illetve az integrálhatóságnak? (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

3. Feladatok (5×10 pont)

- Számítsa ki az $\int x \ln(1 + \frac{1}{x}) dx$ határozatlan integrált!
- Számítsa ki az $\int_0^1 x \ln(1 + \frac{1}{x}) dx$ integrált!
- Számítsa ki az $y = \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}$, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ görbe alatti területet!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az $x^2 e^{-x}$ függvényt!
- Határozza meg az $f(x, y) := x^2 + y^2 + 2x + 4y$ kétváltozós függvény szélsőérték helyeit!