

Kalkulus II. kollokvium (2005. június 24.)

Elméleti rész

1. Definíciók, tételek (6×4 pont)

- Mit ért az alatt, hogy az f függvény (Riemann szerint) integrálható az $[a, b]$ intervallumon?
- Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
- Mondja ki a függvény szigorú monoton növekedése és deriváltja közötti kapcsolatot leíró tételeket (szükséges, ill. elégséges feltételek) !
- Definiálja egy függvény primitív függvényeit!
- Fogalmazza meg a parciális integrálás formuláját (mindkét alakban, tehát a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is)!
- Mondja ki az oszcillációs kritériumot!

2. Bizonyítások (2×12 pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- Milyen (szükséges, ill. elegendő) feltételeket ismer egy függvény primitiválhatóságára, illetve integrálhatóságára? Hasonlítsa össze a primitiválhatóság és az integrálhatóság fogalmát! (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

4. Feladatok (5×10 pont)

- Számítsa ki az $\int_2^5 \frac{x+3}{x^2-1} dx$ integrált!
- Számítsa ki az $\int_0^1 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$ integrált!
- Az $f(x) := \sqrt{\frac{\ln x}{x^3}}$, $1 \leq x \leq e$ függvény grafikonját megforgatjuk az x tengely körül. Számítsa ki az így kapott test térfogatát!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az $\frac{x^2+3x+2}{x^2}$ függvényt!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja a $\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$ függvényt!