

Kalkulus II. kollokvium (2005. június 22.)

Elméleti rész

1. Definíciók, tételek (6×4 pont)

- Mondja ki a Darboux tételt!
- Mondja ki a középértéktétel Lagrange-féle alakját!!
- Mondja ki a függvény szigorú monoton csökkenése és deriváltja közötti kapcsolatot leíró tételeket (szükséges, ill. elégséges feltételek) !
- Mondja ki a L'Hospital szabályt (a $g(x) \rightarrow \infty$) alakot!
- Mit ért az alatt, hogy egy függvény improprius értelemben integrálható? (Elég a "jobboldali alapeset".)
- Mit ért az alatt, hogy az f függvény szigorúan konvex az $\langle a, b \rangle$ intervallumon?

2. Bizonyítások (2×12 pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be az oszcillációs kritériumot!
- Hogyan (mekkora hibával) közelíthetők függvények a Taylor-polinomjuk segítségével? (Vizsgálja pl. a $\sin x$, $\log(1+x)$ vagy $(1+x)^\alpha$ függvényt.) (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

4. Feladatok (5×10 pont)

- Számítsa ki az $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$ határozatlan integrált!
- Számítsa ki az $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ integrált!
- Az $f(x) := \frac{x}{\sqrt[4]{1-x^2}}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ függvény grafikonját megforgatjuk az x tengely
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az $\frac{x}{e^x(x-1)}$ függvényt!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja a $\arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ függvényt!