

## Kalkulus II. kollokvium (2005. június 14.)

### Elméleti rész

#### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- Mondja ki a Darboux tételt!
- Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
- Mondja ki a helyettesítéses integrál formulát (a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is) !
- Mit ért az alatt, hogy egy függvény differenciálható az  $a$  helyen?
- Mondja ki az integrálható függvények hányadosának integrálhatóságáról szóló tételt!
- Mit ért az alatt, hogy az  $\phi$  függvény az  $f$ -nek primitívje?

#### 2. Bizonyítások ( $2 \times 12$ pont)

- Fogalmazza meg és bizonyítsa be azokat a tételeket, amelyek a függvény monotonitása és első deriváltja közötti kapcsolatot írják le!
- Milyen (szükséges, ill. elegendő) feltételei vannak a primitiválhatóságnak, illetve az integrálhatóságnak? (Valamelyik állítását bizonyítsa is!)

#### 4. Feladatok

- Számítsa ki az  $\int \frac{1}{(x-1)^2(x+1)^2} dx$  határozatlan integrált! (10 pont)
- Számítsa ki az  $\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx$  integrált! (10 pont)
- Az  $f(x) := \frac{\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt[4]{1-x^2}}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  függvény grafikonját megforgatjuk az  $x$  tengely körül. Számítsa ki az így kapott test térfogatát! (10 pont)
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az  $(x+2)e^{1/x}$  függvényt! (12 pont)
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja a  $|x| - x^3$  függvényt! (8 pont)