

Kalkulus II. kollokvium (2005. május 18.)

Elméleti rész

1. Definíciók, tételek (6×4 pont)

- Mit ért azon, hogy egy függvény improprius értelemben integrálható? (Elég a "jobboldali alapeset".)
- Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!
- Mondja ki a függvény monoton csökkenése és deriváltja közötti kapcsolatot leíró tételeket (szükséges, ill. elégséges feltételek) !
- Hogyan számolható ki a forgástestek térfogata?
- Fogalmazza meg a primitív függvényre vonatkozó parciális integrálás formulát!
- Mondja ki a L'Hospital szabályt (a $\frac{0}{0}$ alakot)!

2. Bizonyítások (2×12 pont)

- Bizonyítsa be a Taylor-formuláról szóló tételt!
- Milyen (elegendő) feltételek biztosíthatják egy függvény integrálhatóságát? Szükségesek-e ezek a feltételek? (Valamelyik állítását bizonyítsa is!

4. Feladatok (10, 10, 10, 12, 8 pont)

- Számítsa ki az $\int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx$ határozatlan integrált!
- Számítsa ki az $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \operatorname{ctg}^3 x dx$ integrált!
- Számítsa ki az $y = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ görbe és az $x = \sqrt{3}$, valamint az $x = 3$ egyenesek által határolt korlátos zárt síkrész területét!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az $(2+x^2)e^{-x^2}$ függvényt!
- Végezzen teljes függvénydiszkussziót, majd ábrázolja az $16x(x-1)^3$ függvényt!