

Kalkulus II. kollokvium (2004. május 25.) [P]

1. Definíciók, tételek (6x4 pont)

- a) Mondja ki a középérték-tétel Cauchy-féle alakját!
- b) Definiálja egy, az $[a, b]$ -n korlátos függvény alsó integrálközelítő összegét!
- c) Mit ért az alatt, hogy f -nek lokális szélsőértéke van?
- d) Mondja ki a L'Hospital szabályt (az $f(x), g(x) \rightarrow \infty$ alakot)!
- e) Adja meg a parciális integrálás formuláját (A primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is)!
- f) Mondja ki a függvény monoton csökkenése és az első derivált közti kapcsolatot leíró tételeket (a szükséges és elégséges alakot is)!

2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Fogalmazza meg és bizonyítsa be az integrálfüggvény folytonosságáról szóló tételt!

3. Esszé (20 pont)

Taylor-polinom és alkalmazása függvények közelítésére

4. Feladatok

- a) $\int \frac{2x+1}{x^3+1} dx$ (12 pont)
- b) $\int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{(-x)} dx$ (10 pont)
- c) Számolja ki az $2x^2 + y^2 = 1$ egyenletű ellipszis felső félsíkba eső darabjának x -tengely körüli megforgatásával keletkezett forgástest térfogatát. (10 pont)
- d) Végezzen teljes függvénydiszkussziót az $f(x) = \frac{\ln(-x)}{x}$ függvény esetében. Készítsen vázlatos ábrát. (13 pont)

Jó munkát!