Kalkulus II. kollokvium (2004. május 11.) [P]

1. Definíciók, tételek (6x4 pont)

a) Mondja ki a lokális szélsőérték létezésének szükséges, illetve elégséges feltételeit f' segítségével!
b) Adja meg a helyettesítéses integrálás formuláját (A primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is)!
c) Mit ért azalatt, hogy f az $< a, b >$-n konkáv?
d) Mit ért azalatt, hogy f az $[a, b]$-n Riemann szerint integrálható?
e) Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!
f) Mondja ki a Taylor-formulára vonatkozó tételt!

2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Mutassa meg, hogy a deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonságú!

3. Esszé (20 pont)

Primitív függvény keresésének általános módszerei. (Racionális törtfüggvények, racionalizáló helyettesítések, rekurzív formulák)

4. Feladatok

a)$\int \cos \ln x \; dx$ (10 pont)

b)$\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x+3} \; dx$ (10 pont)

c) Vezessük le az r, R, m paraméterekkel rendelkező csonka körkúp térfogatának képletét felhasználva a forgástestek térfogatára vonatkozó képletet. (r-alapkör sugara, R-fedőkör sugara, m-testmagasság) (10 pont)

d) Végezzen teljes függvénydiszkussziót az $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$ függvény esetében. Készítsen vázlatos ábrát. (15 pont)

Jó munkát!