

## Kalkulus II kollokvium (2003. június 19.)

### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- (a) Mondja ki a lokális szélsőérték létezésének szükséges, illetve elégséges feltételeit  $f'$  segítségével!
- (b) Mondja ki a Newton–Leibnitz formulát (az I. alakban, tehát amikor  $f$  integrálhatóságát tettük fel)!
- (c) Mit ért azon, hogy egy  $f$  függvény impropriusan integrálható az  $[a, b)$ -n? (Elég a „jobboldali alapeset”).
- (d) Adja meg a parciális integrálás formuláját (mindkét alakban, tehát primitív függvényre és Riemann integrálra is)!
- (e) Mit ért azon, hogy egy  $f$  függvény az  $(a, b)$ -n szigorúan növekszik?
- (f) Mondja ki a függvények összetételének integrálhatóságáról szóló tételt!

### 2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Hasonlítsa össze az integrálhatóság és a primitíválhatóság fogalmát!

### 3. Esszé (20 pont)

A középérték tételek és alkalmazásaik (integrálszámítás alaptétele, L'Hospital szabályok, ...).

### 4. Feladatok

- (a)  $\int \frac{(\arcsin x)^7}{\sqrt{1-x^2}} dx$  (10 pont)
- (b)  $\int_5^{\infty} \frac{2}{x^2+x-12} dx$  (10 pont)
- (c) Számítsa ki az  $y = (x+1)^2$  és  $y = \cos \frac{\pi}{2}x$  görbék által határolt síkrész területét! (10 pont)
- (d) Diszkutálja és ábrázolja az  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$  függvényt! (15 pont)