

## Kalkulus II kollokvium (2003. június 18.)

### 1. Definíciók, tételek ( $6 \times 4$ pont)

- (a) Mit ért azon, hogy az  $f$  függvény differenciálható  $a$ -ban?
- (b) Mondja ki a L' Hospital szabályt (az  $f(x), g(x) \rightarrow 0$  alakot)!
- (c) Definiálja egy, az  $[a, b]$ -n korlátos  $f$  függvény alsó integrálját!
- (d) Mondja ki a szigorú csökkenés szükséges, illetve elégséges feltételeit  $f'$  segítségével!
- (e) Mondja ki a függvények hányadosának integrálhatóságáról szóló tételt!
- (f) Mondja ki a Riemann integrál intervallum szerinti additivitásáról szóló tételt!

### 2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Taylor formulára és annak maradéktagjára vonatkozó tételt!

### 3. Esszé (20 pont)

Az integrálfüggvény és tulajdonságai, az improprius integrál.

### 4. Feladatok

- (a)  $\int_2^3 \frac{1}{2x^2 + 3x - 2} dx$  (10 pont),
- (b)  $\int_1^\infty \arctan \frac{1}{x} dx$  (10 pont).
- (c) Határozza meg az  $x^2 + y^2 = 9$  kör  $x$  tengely körüli megforgatásakor keletkezett gömb térfogatát! (10 pont)
- (d) Diszkutálja és ábrázolja az  $f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{1+x}$  függvényt! (15 pont)