

Kalkulus II kollokvium (2003. június 5.)

1. Definíciók, tételek (6×4 pont)

- (a) Mit ért azon, hogy f az $\langle a, b \rangle$ -n konkáv?
- (b) Mondja ki a Newton–Leibnitz formulát!
- (c) Mondja ki az integrálhatóság Riemann-féle szükséges és elégséges feltételét!
- (d) Mondja ki az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- (e) Mit ért azon, hogy egy függvény impropriusan integrálható $[a, b]$ -n? (Elég a „jobboldali alapeset”, azaz „ b -ben van baj.”)
- (f) Mit ért azon, hogy egy függvény primitiválható (a, b) -n?

2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Fogalmazza meg és bizonyítsa be f függvény monotonitása és első deriváltja közti kapcsolatot leíró tételleket.

3. Esszé (20 pont)

Függvények integrálhatósága (elegendő feltételek, integrálható függvényekkel véggezhető műveletek).

4. Feladatok

- (a) $\int \frac{5x - 6}{x^2 - 2x + 10} dx$ (10 pont)
- (b) $\int_1^{e^2} (\ln x)^3 dx$ (10 pont)
- (c) Diszkutálja és ábrázolja az $f(x) = x^2 \ln x$ függvényt! (15 pont)
- (d) Határozza meg az $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ görbe $0 \leq x \leq \ln 2$ ívének hosszát! (10 pont)