Kalkulus II. kollokvium (2003. május 22.) [P]

1. Definíciók, tételek (6x4 pont)

a) Mondja ki a Taylor-formulára vonatkozó tételt!
b) Adja meg a parciális integrálás formuláját (A primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozó alakot is)!
c) Mondja ki az integrál linearitásáról szóló tételt!
d) Mondja ki a konvexitás és a második derivált közötti kapcsolatot leíró tételeket (szükséges ill. elégséges feltétel)!
e) Mit ért azalatt, hogy f-nek a-ban lokális szélsőértéke van?
f) Mit ért azalatt, hogy f az $[a, b]$-n Riemann szerint integrálható?

2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Mutassa meg, hogy a deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonságú!

3. Esszé (20 pont)

Primitív függvény keresésének speciális módszerei. (Racionális törtfüggvények, racionalizáló helyettesítések, rekurzív formulák)

4. Feladatok

a)$\int \sin \ln x \; dx$ (10 pont)

b)$\int_0^\infty \frac{e^x}{e^{2x}-2e^x+3} \; dx$ (10 pont)

c) Vezessük le az r, R, m paraméterekkel rendelkező csonka körkúp térfogatának képletét felhasználva a forgástestek térfogatára vonatkozó képletet. (r-alapkör sugara, R-fedőkör sugara, m-testmagasság) (10 pont)

d) Végezzen teljes függvénydiszkussziót az $f(x) = (x + 2) \cdot e^{\frac{1}{x}}$ függvény esetében. Készítsen vázlatos ábrát. (15 pont)

Jó munkát!