

## Kalkulus I. kollokvium (2005. jan. 14.)

### 1. Definíciók, tételek

- Mit ért az alatt, hogy egy  $f$  függvény jobboldali határértéke a  $a$  helyen  $-\infty$ ? (Mindkét definíciót adja meg!)
- Mondja ki a rendőr-elvet!
- Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény Bolzano–Darboux tulajdonságú?
- Definiálja az arccos függvényt!
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény egyenletesen folytonos az  $\langle a, b \rangle$  intervallumon?

### 2. Kötelező bizonyítás

Fogalmazza meg és bizonyítsa be a korlátos zárt intervallumon folytonos függvények korlátosságáról szóló tételt!

### 3. Esszé

A  $\infty$ -divergens sorozatok (definíció, egyenlőtlenségi tételek, műveleti szabályok, ...)

### 4. Feladatok

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+1}{4n-7} \right)^{2n}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + x}{\operatorname{tg} 5x + \sqrt[3]{x^4}}$

c) Tekintsük az  $f(x) := \log_{2/3} \left( \frac{1-x^2}{x^3+x^2-2x} \right)$  függvényt. Határozza meg az  $f$  függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, jellegzetes limeseit. Vizsgálja a függvény folytonosságát és monotonitását, vázlatosan ábrázolja!

(d) Differenciáljuk az alábbi függvényeket:

$$e^2 \cdot e^{2x} \cdot e^{x^2} + 2^{\cos(x+1)}, \quad \frac{\operatorname{tg}^6(2x^2-1)}{\ln(1+x)}$$