

Kalkulus I. kollokvium (2004. dec. 28.)

1. Definíciók, tételek

- Mit ért az alatt, hogy egy függvény folytonos a -ban? (Mindkét definíciót adja meg!)
- Definiálja az $\arcsin x$ függvényt!
- Mit ért az alatt, hogy egy függvény Bolzano–Darboux tulajdonságú?
- Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- Mit ért az alatt, hogy az a_n sorozat $-\infty$ -divergens?
- Mondja ki a Cauchy-féle konvergencia kritériumot!

2. Kötelező bizonyítás

Mondja ki és bizonyítsa be a nyílt intervallumon folytonos és szigorúan monoton függvény inverzéről szóló tételt!

3. Esszé

Sorozatok torlódási pontjai (definíció, Bolzano–Weierstrass tétel, nem korlátos sorozatok esete, $\overline{\lim}$ és $\underline{\lim}$, ...).

4. Feladatok

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+4}}{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin 2x)^{2/x}$
- Tekintsük az $f(x) := \log_{1/2} \left(\frac{4-x^2}{2x^2-10x+12} \right)$ függvényt. Határozza meg az f függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, jellegzetes limeseit. Vizsgálja a függvény folytonosságát és monotonitását, vázlatosan ábrázolja!
- (d) Differenciáljuk az alábbi függvényeket:

$$f(x) := \log_{\sin x} \cos x, \quad g(x) := \frac{e^{3-x^2} \ln 3}{\sqrt{\operatorname{tg} x^3}}$$