

Kalkulus I. kollokvium (2004. dec. 21.)

1. Definíciók, tételek

- Mit ért azon, hogy az f függvény határértéke a -ban $-\infty$? (Mindkét definíciót adja meg!)
- Mondja ki az összetett függvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- Mit ért azon, hogy α az (a_n) sorozat torlódási pontja?
- Mit ért azon, hogy az f függvény a -ban differenciálható?
- Definiálja a $H \neq \emptyset$ számhalmaz infimumát!
- Mondja ki a korlátos, zárt intervallumon folytonos függvény szélsőértékeiről szóló tételt!

2. Kötelező bizonyítás

Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!

3. Esszé

Intervallumon folytonos függvények (definíció, tulajdonságok, B–D tulajdonság, a korlátos, zárt intervallum esete ...)

4. Feladatok

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n+5})$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x - 2}{1 + 3x + x^2} \right)^{x^2+5}$

(c) Tekintsük az $f(x) := \frac{e^x + e^{-2x}}{e^x - e^{-2x}}$ függvényt. Határozza meg az f függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, jellegzetes limeseit. Vizsgálja a függvény folytonosságát és monotonitását, vázlatosan ábrázolja!

(d) Differenciáljuk az alábbi függvényeket:

$$f(x) := x^{\operatorname{tg} x} + \ln 3$$

$$g(x) := \cos \sqrt{1-x^2} + \operatorname{tg} \frac{1}{x^3}$$