

Kalkulus I. kollokvium (2004. január 20.)

1. Definíciók, tételek

- Mit ért azon, hogy egy függvény folytonos a -ban? (Mindkét definíciót adja meg!)
- Mit ért azon, hogy egy sorozat $-\infty$ -divergens?
- Mit ért azon, hogy egy függvény Bolzano-Darboux tulajdonságú $\langle a, b \rangle$ -n?
- Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- Mondja ki a rendőr-elvet!
- Definiálja az arcsin x függvényt!

2. Kötelező bizonyítás

Bizonyítsa be, hogy az $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{c}{x_n})$ ($c > 0$) sorozat konvergens és határértéke \sqrt{c} !

3. Esszé

Az elemi függvények (Definíció, folytonosság, nevezetes példák: hatvány-, exponenciális, trigonometrikus függvények és inverzeik ...)

4. Feladatok

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 5})$$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 - x}$

(c) Tekintsük az $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ függvényt. Határozzuk meg: Az f értelmezési tartományát és értékkészletét; az értelmezési tartomány végpontjaiban az f határértékét. Vizsgáljuk a függvény paritását. Hol folytonos a függvény? Monoton-e a függvény? Készítsünk ábrát!

(d) Differenciáljuk az alábbi függvényeket:

$$f(x) = (x - \frac{1}{2}) \arcsin \sqrt{x} + \frac{1}{2} \sqrt{x - x^2},$$

$$g(x) = \ln(\operatorname{tg} 2x) + (\frac{x-1}{x+1})^2.$$