

## Kalkulus I. kollokvium (2004. január 6.) [P]

### 1. Definíciók, tételek

- Mit ért az alatt, hogy egy  $f$  függvény határértéke a  $-\infty$ -ben  $l$ ? (mindkét definíció!)
- Mondja ki a rendőr-elvet!
- Mondja ki a Bolzano–Weierstrass-tételt!
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény Bolzano–Darboux tulajdonságú?
- Definiálja az  $\arccos x$  függvényt!
- Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény egyenletesen folytonos  $\langle a, b \rangle$ -n?

### 2. Kötelező bizonyítás

Fogalmazza meg és bizonyítsa be a differenciálható függvények összetételének differenciálhatóságáról szóló tételt!

### 3. Esszé

A  $\infty$ -divergens sorozatok (definíció, egyenlőtlenségi tételek, műveleti szabályok, ...)

### 4. Feladatok (L'Hospital szabály használata nem megengedett!)

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2n \cdot \sin \frac{1}{n} - \frac{2^n + 3^{n-1}}{2^n - 3^{n+2}}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

c) Adja meg az alábbi függvény értelmezési tartományát. Hol folytonos az  $f$  függvény? Létezik-e a függvénynek határértéke a  $-\infty$ -ben? Készítsen vázlatos ábrát.

$$f(x) = \frac{4 - x^2}{2x^2 - 10x + 12}$$

d) Deriválja az alábbi függvényeket.

$$f(x) = \frac{\arctg(\sqrt[3]{2x})}{2^{\cos(x+1)}}, \quad g(x) = \ln \sqrt{x} \cdot \left( \operatorname{ctg}(3x) - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right)$$

Jó munkát!