

Kalkulus I. kollokvium (2003. december 30.) [P]

1. Definíciók, tételek

- Mit ért az alatt, hogy egy f függvény határértéke a $-\infty$ -ben l ? (mindkét definíció!)
- Definiálja az $\operatorname{arctg} x$ függvényt!
- Monja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- Mondja ki a Bolzano–Weierstrass-tételt!
- Mit ért az alatt, hogy egy függvény monoton növekedő?
- Fogalmazza meg a folytonos függvények fokozatos változás tulajdonságát!

2. Kötelező bizonyítás

Mondja ki és bizonyítsa be a rendőr elvet!

3. Esszé

Intervallumon folytonos függvények tulajdonságai (Bolzano–Darboux tulajdonság, intervallumon folytonosság és egyenletes folytonosság, korlátos zárt intervallum esete, ...)

4. Feladatok (L'Hospital szabály használata nem megengedett!)

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n!} - \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{n-1}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{\sin^3 x}$$

c) Adja meg az alábbi függvény értelmezési tartományát. Hol folytonos az f függvény? Léteznek-e a függvénynek féloldali határértékei a 0-ban? Készítsen ábrát az $\frac{1}{x}$ függvény grafikonjából kiindulva.

$$f(x) = \frac{1}{2 - e^{1/x}}$$

d) Deriválja az alábbi függvényeket.

$$f(x) = \frac{\ln 5 \cdot \operatorname{ctg}^2(2x+3)}{\operatorname{arctg}(x^3)}, \quad g(x) = x^{\cos 2x} - \sqrt{x-2} + \frac{1}{x}$$

Jó munkát!