

## Kalkulus I. kollokvium (2003. december 23.) [P]

### 1. Definíciók, tételek

- Mit értünk az alatt, hogy egy függvény folytonos  $a$ -ban? (mindkét definíció!)
- Definiálja az  $\arcsin x$  függvényt!
- Mit értünk az alatt, hogy egy függvény Bolzano–Darboux tulajdonságú?
- Definiálja egy számhalmaz szuprémumát!
- Mit ért az alatt, hogy egy  $f$  függvénynek maximuma van  $a$ -ban?
- Mondja ki a Cauchy-féle konvergencia kritériumot!

### 2. Kötelező bizonyítás

Mondja ki és bizonyítsa be a nyílt intervallumon folytonos és szigorúan monoton függvény inverzéről szóló tételt!

### 3. Esszé

Sorozatok torlódási pontjai (definíció, Bolzano–Weierstrass tétel, nem korlátos sorozatok esete,  $\overline{\lim}$  és  $\underline{\lim}$ , ...).

### 4. Feladatok (L'Hospital szabály használata nem megengedett!)

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^{n-1}}{2^n - 7^{n+1}} - (\sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 + 3})$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos(x^2)}}{1 - \cos x}$$

c) Adja meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és értékkészletét. Hol folytonos az  $f$  függvény? Van-e a függvénynek határértéke a  $+\infty$ -ben? Készítsen ábrát.

$$f(x) = 3 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$$

d) Deriválja az alábbi függvényeket.

$$f(x) = \frac{\ln 3 \cdot \ln(3x) \cdot \ln^3 x}{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}, \quad g(x) = x^{\sin x} - \operatorname{ctg}^{-2} x$$

Jó munkát!