

## Kalkulus I. kollokvium (2003. december 16.) [P]

### 1. Definíciók, tételek

- Mit értünk az alatt, hogy egy függvény differenciálható  $a$ -ban?
- Mit értünk az alatt, hogy egy függvény monoton csökkenő?
- Definiálja egy függvény inverzét!
- Mondja ki a korlátos zárt intervallumon folytonos függvény első és utolsó elérési tulajdonságáról szóló tételt!
- Mit ért az alatt, hogy egy sorozat  $-\infty$ -divergens?
- Mit jelent az, hogy egy függvény az  $\langle a, b \rangle$  intervallumon egyenletesen folytonos?

### 2. Kötelező bizonyítás

Mondja ki és bizonyítsa be a Bolzano–Weierstrass tételt!

### 3. Esszé

Függvények lokális folytonossága (definíció, tulajdonságok, műveletek,...).

### 4. Feladatok

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3n}(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2})$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2}$$

c) Adja meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és értékkészletét. Hol folytonos az  $f$  függvény? Készítsen ábrát. Van-e a függvénynek (féloldali) határértéke a 0-ban?

$$f(x) = \log_2(\sin x)$$

d) Deriválja az alábbi függvényeket.

$$f(x) = \frac{x^x + 2^x + x^2 + 2^2}{\ln \sqrt{3x}}, \quad g(x) = \sin^3 x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x+3}$$

Jó munkát!