

**Kalkulus I. kollokvium (2003. január 15.) [P]**

**1. Definíciók, tételek (6x4 pont)**

- a) Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény balról folytonos  $a$ -ban? (mindkét definíció!)
- b) Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény értelmezési tartományán monoton csökkenő?
- c) Mit ért az alatt, hogy az  $a_n$  sorozat nem korlátos?
- d) Mit jelent az, hogy  $a_n \rightarrow l$ ?
- e) Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhányadosáról szóló tételt!
- f) Fogalmazza meg a rendőr-elvet!

**2. Kötelező bizonyítás (11 pont)**

Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!

**3. Esszé (20 pont)**

Függvény inverze. (Definíció, invertálhatóság, invertálhatóság és monotonitás kapcsolata, folytonosság, differenciálhatóság, példák, ...)

**4. Feladatok**

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^n$  (10 pont)

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2}$  (10 pont)

- c) Állapítsa meg az értelmezési tartományát és értékkészletét az

$$f(x) = \log_{1/2} \left( \frac{x^3 - 3x^2 - 10x}{-x^3 + 9x^2 - 20x} \right)$$

függvénynek. Hol folytonos  $f$ ? Vizsgálja meg a jellegzetes limeszeket. Mit lehet mondani a függvény monotonitásáról? Készítsen ábrát a vizsgálat végén. (14 pont)

- d) Határozza meg az

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x})$$

függvény értelmezési tartományát és értékkészletét. Készítsen ábrát. Hol invertálható a függvény? Mi az inverzfüggvény képlete? Határozza meg az inverzfüggvény deriváltjának képletét! (11 pont)

Jó munkát!