

Kalkulus I. kollokvium (2003. január 9.) [P]

1. Definíciók, tételek (6x4 pont)

- a) Mit ért az alatt, hogy  $f(x) \rightarrow c$ , ha  $x \rightarrow \infty$ ? (mindkét definíció!)
- b) Mit ért az  $f : A \rightarrow B$  függvény inverzén?
- c) Definiálja az  $\arccos x$  függvényt!
- d) Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!
- e) Mondja ki a folytonos függvények hányadosának folytonosságáról szóló tételt!
- f) Mit ért az alatt, hogy egy függvénynek az  $a$ -ban lokális minimuma van?

2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Bizonyítsa be, hogy ha egy függvény folytonos egy intervallumon, akkor ott Bolzano-Darboux tulajdonságú is!

3. Esszé (20 pont)

Egyenlőtlenségi tételek konvergens és  $\infty$ -divergens sorozatokra.

4. Feladatok

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n^3} - \frac{2^n+3^{-n}}{2^{-n}-3^n}$  (10 pont)

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2}-\sqrt{9-2x+x^2}}{x^2-3x+2}$  (10 pont)

- c) Állapítsa meg az értelmezési tartományát és értékkészletét az

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 9x + 20}}$$

függvénynek. Hol folytonos  $f$ ? Vizsgálja meg a jellegzetes limeszeket. Mit lehet mondani a függvény monotonitásáról? Készítsen ábrát a vizsgálat végén. (14 pont)

- d) Hol invertálható az

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot \sin^2 2x$$

függvény? Határozza meg az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét. Készítsen ábrát. Hol invertálható a függvény? Mi az inverzfüggvény képlete? Határozza meg az inverzfüggvény egy tetszőleges  $(x_0, y_0)$  pontjához tartozó érintő egyenletét! (11 pont)

Jó munkát!