

Kalkulus I. kollokvium (2003. január 2.) [P]

1. Definíciók, tételek (6x4 pont)

- a) Definiálja egy függvény inverzének fogalmát!
- b) Mit ért az alatt, hogy egy f függvény baloldali határértéke $a \in \mathbb{R}$ -ben $-\infty$? (mindkét definíció!)
- c) Mit ért az alatt, hogy az f függvénynek a -ban lokális minimuma van?
- d) Mondja ki a rendőr-elvet!
- e) Mondja ki az összetett függvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- f) Mit ért az alatt, hogy $\alpha \in \mathbb{R}$ torlódási pontja az $\{a_n\}$ sorozatnak?

2. Kötelező bizonyítás (11 pont)

Bizonyítsa, hogy ha egy függvény folytonos a korlátos zárt $[a, b]$ -n, akkor ott egyenletesen is folytonos.

3. Esszé (20 pont)

Az a^x ($a > 0$) exponenciális függvény. Definíció, a definícióval kapcsolatos problémák. Tulajdonságai. Deriváltja ...

4. Feladatok

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^n$ (10 pont)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x}-1}{x+x^2}$ (10 pont)

- c) Állapítsa meg az értelmezési tartományát és értékkészletét az

$$f(x) = \log_{1/2} \left(\frac{x^3 - 3x^2 - 10x}{-x^3 + 9x^2 - 20x} \right)$$

függvénynek. Hol folytonos f ? Vizsgálja meg a jellegzetes limeszeket. Mit lehet mondani a függvény monotonitásáról? Készítsen ábrát a vizsgálat végén. (14 pont)

- d) Határozza meg az

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x})$$

függvény értelmezési tartományát és értékkészletét. Készítsen ábrát. Hol invertálható a függvény? Mi az inverzfüggvény képlete? Határozza meg az inverzfüggvény deriváltjának képletét! (11 pont)

Jó munkát!